SEK I Lösungen zur Dreisatzrechnung I

Ergebnisse und ausführliche Lösungen zum Aufgabenblatt SEK I Dreisatzrechnung I Dreisatz, proportional, antiproportional und verschachtelt zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung nach Klasse 10.

Ergebnisse

E1	Ergebnis:
	Je mehr Kisten, desto mehr Euro (proportional). Für 87 Kisten Fanta muss man 696 Euro zahlen.

E2	Ergebnis:
	Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit (antiproportional). 10 Arbeiter brauchen für den Graben 3,5 Tage.

E3	Ergebnis:
	Je weniger Schrauben, desto weniger Zeit (proportional). Für 1500 Schrauben braucht die Maschine 18 Minuten.

E4	Ergebnis:
	Je weniger Tage, desto mehr Pferde (antiproportional). Für 15 Pferde würde der Futtervorrat 80 Tage reichen.

E5	Ergebnis:
	Je weniger Schüler, desto mehr Tage (antiproportional). Je mehr Nudeln, desto mehr Tage (proportional). Die Freizeit kann um 6 Tage verlängert werden.

E6	Ergebnis:
	Je weniger m^2, desto weniger kg (proportional). Je weniger mm, desto weniger kg (proportional). Das Kupferblech wiegt 53,5 kg.

E7	Ergebnis:
	Je mehr Leitungen, desto weniger Zeit (antiproportional). Je weniger Liter/h, desto mehr Füllzeit (antiproportional). Zur Füllung des Wasserbeckens würde man 7,5 Stunden brauchen.

E8	Ergebnis:
	Je mehr m Mauer, desto mehr Arbeiter (proportional). Je mehr Stunden/Tag, desto weniger Arbeiter (antiproportional). Je mehr Tage, desto weniger Arbeiter (antiproportional). Für die 120 m lange Mauer benötigt man 4 Arbeiter.

Ergänzungen:

Proportionale und antiproportionale Zuordnungen zweier Größen lassen sich mit dem Lösungsschema Dreisatzrechnung bestimmen. Bei mehr als zwei Größen handelt es sich um einen verschachtelten Dreisatz.

Proportionale Zuordnung:
Wenn zwei Größen im gleichen Verhältnis zu- oder abnehmen, spricht man von einer proportionalen Zuordnung.
- Je mehr km ein Auto fährt, desto mehr Benzin benötigt es.
- Je weniger am Tag gearbeitet wird, desto weniger Lohn erhält man.
Anders ausgedrückt:
- Zum **Doppelten** der einen Größe gehört das **Doppelte** der anderen Größe.
- Zur **Hälfte** der einen Größe gehört die **Hälfte** der anderen Größe.

Antiproportionale Zuordnung:
Wenn zwei Größen im umgekehrten Verhältnis zu- oder abnehmen, spricht man von einer antiproportionalen Zuordnung.
- Je mehr Arbeiter für eine bestimmte Arbeit zur Verfügung stehen, desto weniger Zeit ist erforderlich.
- Je langsamer ich fahre, desto mehr Zeit benötige ich für eine bestimmte Strecke.
Anders ausgedrückt:
- Zum **Doppelten** der einen Größe gehört die **Hälfte** der anderen Größe.
- Zur **Hälfte** der einen Größe gehört das **Doppelte** der anderen Größe.

Verschachtelter Dreisatz.
Beim verschachtelten Dreisatz geht man von mehr als zwei Größen aus. Dabei können sowohl proportionale, als auch antiproportionale Zuordnungen vorkommen.

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**
	Ein Getränkemarkt verkauft für ein Fest 65 Kisten Fanta für 520 Euro. Wie viel muss man für 87 Kisten zahlen, wenn es keinen Rabatt gibt?

A1 Ausführliche Lösung

Überlegung: Die gesuchte Größe ist der Preis für 87 Kisten Fanta.

65 Kisten	520 Euro	
87 Kisten	? Euro	
65 Kisten	510 Euro	je mehr Kisten,
1 Kiste	der 65. Teil	desto mehr Euro
87 Kisten	87 mal soviel	$\Rightarrow$ proportional

$$\frac{520\text{ Euro}\cdot 87}{65} = 696\text{ Euro}$$

Beim Dreisatz geht man stets in drei Schritten (Sätzen) vor:

1. Satz: Bekanntes Verhältnis: 65 Kisten kosten 520 Euro.
2. Satz: Schluss auf die Einheit: Eine Kiste kostet den 65. Teil.
3. Satz: Schluss auf die gesuchte Mehrheit: 87 Kisten kosten 87 mal soviel.

Daraus entsteht zur Rechnung ein Bruch, bei dem der Ausgangswert (hier510 Euro) im Zähler steht. Teil steht im Nenner (hier 65), mal steht im Zähler (hier 87).

Zuvor sollte man sich immer überlegen, welche Größe gesucht wird und ob die Zuordnung proportional oder antiproportional ist.

Für 87 Kisten Fanta muss man **696 Euro** zahlen.

A2	**Aufgabe**
	7 Arbeiter heben einen Graben in 5 Tagen aus. Wie lange würden 10 Arbeiter brauchen?

A2	**Ausführliche Lösung**	
	Überlegung: Die gesuchte Größe ist die Zeit, die 10 Arbeiter brauchen.	
	7 Arbeiter benötigen 5 Tage 10 Arbeiter benötigen ? Tage 7 Arbeiter benötigen 5 Tage 1 Arbeiter benötigt 7 mal solange 10 Arbeiter benötigen den 10. Teil der Zeit $\frac{5\text{ Tage}\cdot 7}{10} = 3{,}5\text{ Tage}$	je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit $\Rightarrow$ antiproportional
	10 Arbeiter würden für den Graben 3,5 Tage brauchen.	

A3	**Aufgabe**
	Eine Maschine fertigt in 30 Minuten 2500 Schrauben. Wie lange braucht sie für 1500 Schrauben?

A3	**Ausführliche Lösung**	
	Überlegung: Die gesuchte Größe ist die Zeit, die die Maschine für die Herstellung von 1500 Schrauben benötigt.	
	2500 Schrauben in 30 min 1500 Schrauben in ? min 2500 Schrauben in 30 min 1 Schraube im 2500. Teil der Zeit 1500 Schrauben duern 1500 mal solange $\frac{30\text{ min}\cdot 1500}{2500} = 18\text{ min}$	je weniger Schrauben, desto weniger Zeit $\Rightarrow$ proportional
	Zur Herstellung von 1500 Schrauben benötigt die Maschine 18 Minuten.	

A4	**Aufgabe**
	Der Futtervorrat reicht für 5 Pferde 240 Tage. Für wie viele Pferde würde er 80 Tage reichen?

A4	**Ausführliche Lösung**
	Überlegung: Die gesuchte Größe ist die Anzahl der Pferde, für die der Futtervorrat 80 Tage reichen würde. 240 Tage reicht der Vorrat für 5 Pferde 80 Tage reicht der Vorrat für ? Pferde 240 Tage reicht der Vorrat für 5 Pferde 1 Tag reicht der Vorrat für 240 mal soviel Pferde 80 Tage reicht der Vorrat für den 80. Teil der Pferde $\frac{5\,\text{Pferde}\cdot 240}{80} = 15\,\text{Pferde}$ je weniger Tage, desto mehr Pferde $\Rightarrow$ antiproportional
	Für 15 Pferde würde der Futtervorrat 80 Tage reichen.

A5	**Aufgabe**
	In einem Zeltlager sind für 30 Jugendliche für die nächsten 10 Tage 60 kg Nudeln vorgesehen. Um wie viel Tage kann die Freizeit verlängert werden, wenn 5 Jugendliche weniger erscheinen und insgesamt 80 kg Nudeln vorhanden sind?

A5	**Ausführliche Lösung**
	Überlegung: Die gesuchte Größe ist die Anzahl der Tage, die 25 Schüler mit 80 kg Nudeln auskommen. Für 30 Schüler reichen 60 kg Nudeln 10 Tage Für 25 Schüler reichen 80 kg Nudeln ? Tage Für 30 Schüler reichen 60 kg Nudeln 10 Tage Für 1 Schüler reichen 60 kg Nudeln 30 mal solange Für 25 Schüler reichen 60 kg Nudeln den 25. Teil der Zeit Für 25 Schüler reicht 1 kg Nudeln den 60. Teil der Zeit Für 25 Schüler reichen 80 kg Nudeln 80 mal solange $\frac{10\,\text{Tage}\cdot 30\cdot 80}{25\cdot 60} = 16\,\text{Tage}$ Je weniger Schüler, desto mehr Tage $\Rightarrow$ antiproportional Je mehr Nudeln, desto mehr Tage $\Rightarrow$ proportional Bei dieser Aufgabe handelt es sich um einen verschachtelten Dreisatz. Zuerst erfolgt der Schluss von 30 Schüler auf 25 Schüler (antiproportional). Danach der Schluss von 60 kg Nudeln auf 80 kg (proportional). Dabei ist es wichtig, die Reihenfolge einzuhalten und nicht zwei Größen gleichzeitig zu verändern. Man kann den Dreisatz auch verkürzt darstellen, solange der Zusammenhang der Größen dabei einsichtig ist.
	25 Schüler kommen mit 80 kg Nudeln 16 Tage aus. Damit kann die Freizeit um 6 Tage verlängert werden.

A6	**Aufgabe**
	Ein 5 m^2 großes Kupferblech, 3 mm dick, wiegt 133,8 kg. Wie viel wiegt ein 2 mm dickes Kupferblech, das eine Fläche von 3 m^2 hat?

A6	**Ausführliche Lösung**	
	Überlegung: Die gesuchte Größe ist das Gewicht eines Kupferbleches mit der Fläche 3 m^2 und einer Dicke von 2 mm.	
	5 m^2 Blech 3 mm dick 133,8 kg 3 m^2 Blech 2 mm dick ? kg	
	5 m^2 Blech 3 mm dick 133,8 kg 1 m^2 Blech 3 mm dick den 5. Teil 3 m^2 Blech 3 mm dick 3 mal soviel	Je weniger m^2, desto weniger kg $\Rightarrow$ proportional
	3 m^2 Blech 1 mm dick den 3. Teil 3 m^2 Blech 2 mm dick 2 mal soviel $\frac{133{,}8\ kg \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 3} = 53{,}52\ kg$	Je weniger mm, desto weniger kg $\Rightarrow$ proportional
	Das Kupferblech wiegt 53,52 kg.	

A7	**Aufgabe**
	Ein Wassertank wird durch 3 gleiche Leitungen in 6 Stunden gefüllt, wenn jede stündlich 500 Liter Wasser liefert. Wie lange würde man mit 4 Leitungen brauchen, wenn jede stündlich nur 300 Liter Wasser liefert?

A7	**Ausführliche Lösung**	
	Überlegung: Die gesuchte Größe ist die Zeit, in der mit 4 Leitungen, die jede stündlich 300 Liter Wasser liefern, das Becken gefüllt werden kann.	
	3 Leitungen 500 Liter/h in 6 h 4 Leitungen 300 Liter/h in ? h	
	3 Leitungen 500 Liter/h in 6 h 1 Leitungen 500 Liter/h 3 mal solange 4 Leitungen 500 Liter/h 4.Teil	Je mehr Leitungen, desto weniger Zeit $\Rightarrow$ antiproportional
	4 Leitungen 1 Liter/h 500 mal solange 4 Leitungen 300 Liter/h 300. Teil $\frac{6\ h \cdot 3 \cdot 500}{4 \cdot 300} = 7{,}5\ h$	Je weniger Liter/h, desto mehr Zeit $\Rightarrow$ antiproportional
	4 Leitungen mit 300 Liter/h füllen den Wassertank in 7,5 Stunden.	

A8	**Aufgabe**
	Eine 80 m lange Mauer wird von 3 Arbeitern in 6 Tagen hochgezogen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten. Wie viel Arbeiter benötigt man, um eine 140 m lange Mauer in 7 Tagen hochzuziehen, wenn die tägliche Arbeitszeit auf 9 Stunden erhöht wird?

A8 Ausführliche Lösung

Überlegung: Die gesuchte Größe ist die Anzahl der Arbeiter, die eine 140 m lange Mauer in 7 Tagen bei einer täglichen Arbeitszeit von 9 Stunden hochziehen.

80 m bei 8 h in 6 Tagen 3 Arbeiter
140 m bei 9 h in 7 Tagen ? Arbeiter

---

80 m bei 8 h in 6 Tagen 3 Arbeiter
1 m bei 8 h in 6 Tagen den 80. Teil
140 m bei 8 h in 6 Tagen 140 mal soviel
140 m bei 1 h in 6 Tagen 8 mal soviel
140 m bei 9 h in 6 Tagen den 9. Teil
140 m bei 9 h in 1 Tagen 6 mal soviel
140 m bei 9 h in 7 Tagen den 7. Teil

$$\frac{3\text{ Arbeiter}\cdot 140\cdot 8\cdot 6}{80\cdot 9\cdot 7}=4\text{ Arbeiter}$$

Je mehr m,
desto mehr Arbeiter
$\Rightarrow$ proportional

Je mehr Stunden,
desto weniger Arbeiter
$\Rightarrow$ antiproportional

Je mehr Tage,
desto weniger Arbeiter
$\Rightarrow$ antiproportional

Bei dieser Aufgabe handelt es sich um einen zweifach verschachtelten Dreisatz. Zuerst erfolgt der Schluss von 80 m auf 140 m Mauer (proportional). Danach der Schluss von 8 h täglicher Arbeitszeit auf 9 h (antiproportional). Zuletzt der Schluss von 6 Tage auf 7 Tage (antiproportional).

4 Arbeiter werden benötigt um eine 140 m lange Mauer in 7 Tagen bei 9 Stunden täglicher Arbeitszeit hochzuziehen.

B1	**Beispiel 1**
	Ein Gartenbauer verlegt in 8 Stunden 200 m^2 Rollrasen. Wieviel Rollrasen würde er bei gleicher Leistung in 13 Stunden verlegen?
	In 8 Stunden 200 m^2 In 13 Stunden ? m^2 In 8 Stunden 200 m^2 In 1 Stunde den 8. Teil In 13 Stunden 13 mal soviel $\frac{200\ m^2 \cdot 13}{8} = 325\ m^2$ je mehr Stunden, desto mehr m^2 $\Rightarrow$ proportional
	In 13 Stunden würde der Gartenabeiter 325 m^2 Rollrasen verlegen.

B2	**Beispiel 2**
	Nach einer großen Gartenparty brauchen 4 Helfer 3 Stunden für die Aufräumarbeiten. Wie lange dauert das Aufräumen mit 6 Helfern?
	4 Helfer brauchen 3 h 6 Helfer brauchen ? h 4 Helfer brauchen 3 h 1 Helfer braucht 4 mal solange 6 Helfer brauchen den 6. Teil $\frac{3\ h \cdot 4}{6} = 2\ h$ je mehr Helfer, desto weniger Stunden $\Rightarrow$ antiproportional
	Mit 6 Helfern dauert das Aufräumen 2 Stunden.