

SEK I Lösungen zu rechnen mit Brüchen I

Ergebnisse und ausführliche Lösungen zum Aufgabenblatt SEK I Bruchrechnung I
Einfache Bruchaufgaben zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung nach Klasse 10.

Ergebnisse

E1	Addiere folgende Brüche. Falls nötig, mache sie vorher gleichnamig.						
a)	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = 1\frac{1}{6}$	b)	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$	c)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$	d)	$\frac{7}{8} + \frac{2}{7} + \frac{1}{4} = 1\frac{23}{56}$
E2	Subtrahiere folgende Brüche. Falls nötig, mache sie vorher gleichnamig.						
a)	$\frac{3}{2} - \frac{1}{3} = 1\frac{1}{6}$	b)	$\frac{5}{7} - \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$	c)	$\frac{9}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{47}{12}$	d)	$\frac{7}{8} - \frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{8}$
E3	Multipliziere folgende Brüche. Falls möglich, kürze das Ergebnis.						
a)	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$	b)	$\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$	c)	$\frac{9}{2} \cdot \frac{4}{7} = 2\frac{4}{7}$	d)	$\frac{7}{12} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{30}$
E4	Dividiere folgende Brüche. Falls möglich, kürze das Ergebnis.						
a)	$\frac{4}{3} : \frac{2}{5} = 3\frac{1}{3}$	b)	$\frac{3}{8} : \frac{2}{3} = \frac{9}{16}$	c)	$\frac{7}{5} : \frac{4}{3} = 1\frac{1}{20}$	d)	$\frac{12}{7} : \frac{7}{5} = 1\frac{11}{49}$
E5	Mache zuerst aus den gemischten Zahlen Brüche, dann löse die Aufgabe.						
a)	$2\frac{4}{3} + \frac{2}{5} = 3\frac{11}{15}$	b)	$2\frac{3}{8} - 1\frac{2}{3} = \frac{17}{24}$	c)	$1\frac{7}{5} \cdot \frac{4}{3} = 3\frac{1}{5}$	d)	$2\frac{9}{5} : \frac{4}{3} = 2\frac{17}{20}$

Ausführliche Lösungen:

E1	Aufgabe						
	Addiere folgende Brüche. Falls nötig, mache sie vorher gleichnamig.						
a)	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$	b)	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$	c)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	d)	$\frac{7}{8} + \frac{2}{7} + \frac{1}{4}$

A1	Ausführliche Lösung						
	a)	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 6 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ <p>Der Hauptnenner ist 6. Der erste Bruch wird mit 3 erweitert, der zweite Bruch mit 2. Die Zähler beider Brüche werden addiert. Das Ergebnis ist ein unechter Bruch, da der Zähler größer als der Nenner ist. Unechte Brüche können in der gemischten Schreibweise dargestellt werden.</p>					
	b)	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \quad \text{HN} = 15 \Rightarrow \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$ <p>Der Hauptnenner ist 15. Der erste Bruch wird mit 5 erweitert, der zweite Bruch mit 3. Die Zähler beider Brüche werden addiert. Das Ergebnis ist ein echter Bruch, da der Zähler kleiner als der Nenner ist.</p>					
	c)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \quad \text{HN} = 8 \Rightarrow \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$ <p>Der Hauptnenner ist 8. Der erste Bruch wird mit 4 erweitert, der zweite Bruch mit 2. Der dritte Bruch muss nicht erweitert werden, da sein Nenner gleich dem Hauptnenner ist. Die Zähler aller Brüche werden addiert.</p>					
d)	$\frac{7}{8} + \frac{2}{7} + \frac{1}{4} \quad \text{HN} = 56 \Rightarrow \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{49}{56} + \frac{16}{56} + \frac{14}{56}$ $= \frac{49+16+14}{56} = \frac{79}{56} = 1\frac{23}{56}$ <p>Der Hauptnenner ist 56. Der erste Bruch wird mit 7 erweitert, der zweite Bruch mit 8 und der dritte Bruch mit 14. Die Zähler aller Brüche werden addiert. Das Ergebnis ist ein unechter Bruch, da der Zähler größer als der Nenner ist.</p>						

A2 Aufgabe							
Subtrahiere folgende Brüche. Falls nötig, mache sie vorher gleichnamig.							
a)	$\frac{3}{2} - \frac{1}{3}$	b)	$\frac{5}{7} - \frac{1}{2}$	c)	$\frac{9}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$	d)	$\frac{7}{8} - \frac{2}{5} - \frac{1}{10}$

A2 Ausführliche Lösung	
a)	$\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \quad \text{HN} = 6 \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{9}{6} - \frac{2}{6} = \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ <p>Der Hauptnenner ist 6. Der erste Bruch wird mit 3 erweitert, der zweite Bruch mit 2. Vom Zähler des ersten Bruches wird der des zweiten Bruches subtrahiert. Das Ergebnis ist ein unechter Bruch, da der Zähler größer als der Nenner ist. Unechte Brüche können in der gemischten Schreibweise dargestellt werden.</p>
b)	$\frac{5}{7} - \frac{1}{2} \quad \text{HN} = 14 \Rightarrow \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{10}{14} - \frac{7}{14} = \frac{10-7}{14} = \frac{3}{14}$ <p>Der Hauptnenner ist 14. Der erste Bruch wird mit 2 erweitert, der zweite Bruch mit 7. Vom Zähler des ersten Bruches wird der des zweiten Bruches subtrahiert. Das Ergebnis ist ein echter Bruch, da der Zähler kleiner als der Nenner ist.</p>
c)	$\frac{9}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \quad \text{HN} = 12 \Rightarrow \frac{9 \cdot 6}{2 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{54}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12}$ $= \frac{54-4-3}{12} = \frac{47}{12} = 3\frac{11}{12}$ <p>Der Hauptnenner ist 12. Der erste Bruch wird mit 6 erweitert, der zweite Bruch mit 4 und der dritte Bruch mit 3. Vom Zähler des ersten Bruches werden die des zweiten und dritten Bruches subtrahiert. Das Ergebnis ist ein unechter Bruch, da der Zähler größer als der Nenner ist.</p>
d)	$\frac{7}{8} - \frac{2}{5} - \frac{1}{10} \quad \text{HN} = 40 \Rightarrow \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot 4} = \frac{35}{40} - \frac{16}{40} - \frac{4}{40}$ $= \frac{35-16-4}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ <p>Der Hauptnenner ist 40. Der erste Bruch wird mit 5 erweitert, der zweite Bruch mit 8 und der dritte Bruch mit 4. Vom Zähler des ersten Bruches werden die des zweiten und dritten Bruches subtrahiert. Das Ergebnis ist ein echter Bruch.</p>

A3 Aufgabe					
Multipliziere folgende Brüche. Falls möglich, kürze das Ergebnis.					
a)	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$	b)	$\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3}$	c) d)	$\frac{9}{2} \cdot \frac{4}{7}$ $\frac{7}{12} \cdot \frac{2}{5}$

A3 Ausführliche Lösung				
a)	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\cancel{3} \cdot 1}{4 \cdot \cancel{3}} = \frac{1}{4}$ <p>Zähler und Nenner beider Brüche werden miteinander multipliziert. Man kann vor der Multiplikation die 3 herauskürzen.</p>			
b)	$\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{9 \cdot 3} = \frac{8}{27}$ <p>Zähler und Nenner beider Brüche werden miteinander multipliziert. Das Ergebnis lässt sich nicht weiter kürzen.</p>			
c)	$\frac{9}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 7} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7} = 2 \frac{4}{7}$ <p>Zähler und Nenner beider Brüche werden miteinander multipliziert. Das Ergebnis lässt sich durch 2 kürzen und ist ein unechter Bruch, der sich in der gemischten Schreibweise darstellen lässt.</p>			
d)	$\frac{7}{12} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 5} = \frac{14}{60} = \frac{7}{30}$ <p>Zähler und Nenner beider Brüche werden miteinander multipliziert. Das Ergebnis lässt sich durch 2 kürzen.</p>			

A4 Aufgabe					
Dividiere folgende Brüche. Falls möglich, kürze das Ergebnis.					
a)	$\frac{4}{3} : \frac{2}{5}$	b)	$\frac{3}{8} : \frac{2}{3}$	c) d)	$\frac{7}{5} : \frac{4}{3}$ $\frac{12}{7} : \frac{7}{5}$

A4 Ausführliche Lösung				
a)	$\frac{4}{3} : \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$ <p>Der erste Bruch wird mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert. Das Ergebnis lässt sich durch 2 kürzen. Der unechte Bruch lässt sich in der gemischten Schreibweise darstellen.</p>			
b)	$\frac{3}{8} : \frac{2}{3} = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{9}{16}$			
c)	$\frac{7}{5} : \frac{4}{3} = \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20} = 1 \frac{1}{20}$			
d)	$\frac{12}{7} : \frac{7}{5} = \frac{12}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{12 \cdot 5}{7 \cdot 7} = \frac{60}{49} = 1 \frac{11}{49}$			

A5 Aufgabe							
Mache zuerst aus den gemischten Zahlen Brüche, dann löse die Aufgabe.							
a)	$2\frac{4}{3} + \frac{2}{5}$	b)	$2\frac{3}{8} - 1\frac{2}{3}$	c)	$1\frac{7}{5} \cdot \frac{4}{3}$	d)	$2\frac{9}{5} : \frac{4}{3}$

A5 Ausführliche Lösung	
a)	$2\frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{10}{3} + \frac{2}{5} \quad \text{HN} = 15 \Rightarrow \frac{10 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3}$ $= \frac{50}{15} + \frac{6}{15} = \frac{50+6}{15} = \frac{56}{15} = 3\frac{11}{15}$ <p>Um eine gemischte Zahl (Bruch in gemischter Schreibweise) in einen unechten Bruch mit gleichem Nenner zu verwandeln, wird die Zahl, die vor dem Bruch steht, mit dem Nenner multipliziert und der Zähler dazu addiert. Für zwei vier drittel bedeutet das: $2 \times 3 + 4 = 10$. Die weitere Rechnung erfolgt nach der Regel für die Addition von Brüchen.</p>
b)	$2\frac{3}{8} - 1\frac{2}{3} = \frac{19}{8} - \frac{5}{3} \quad \text{HN} = 24 \Rightarrow \frac{19 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 8}$ $= \frac{57}{24} - \frac{40}{24} = \frac{57-40}{24} = \frac{17}{24}$ <p>Die gemischten Zahlen werden in Brüche verwandelt. Die weitere Rechnung erfolgt nach der Regel für die Subtraktion von Brüchen.</p>
c)	$1\frac{7}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{48}{15} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$ <p>Die gemischte Zahl wird in einen Bruch verwandelt. Die weitere Rechnung erfolgt nach der Regel für die Multiplikation von Brüchen.</p>
d)	$2\frac{9}{5} : \frac{4}{3} = \frac{19}{5} : \frac{4}{3} = \frac{19}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{19 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{57}{20} = 2\frac{17}{20}$ <p>Die gemischte Zahl wird in einen Bruch verwandelt. Die weitere Rechnung erfolgt nach der Regel für die Division von Brüchen.</p>

Ergänzungen: Brüche kürzen, erweitern und Zahl als Bruch.

Brüche werden **gekürzt**, indem man Zähler und Nenner durch die selbe Zahl dividiert

$$\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3} \quad \frac{9}{3} = \frac{9:3}{3:3} = \frac{3}{1} = 3$$

Brüche werden **erweitert**, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{9}{21}$$

Jede ganze Zahl kann als Bruch mit dem Nenner 1 dargestellt werden.

Das ist besonders hilfreich, bei der Division von Brüchen und Zahlen.

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} : \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8} \quad 3 : \frac{2}{5} = \frac{3}{1} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2}$$