

## Lösungen zur Zinseszinsrechnung

### Ergebnisse

E1	Auf welchen Betrag wachsen folgende Anfangskapitalien an?
	a) 1800 € wachsen bei einem Zinssatz von 5% in 10 Jahren auf <b>2932,01 €</b> an.
	b) 6000 € wachsen bei einem Zinssatz von 6,5% in 15 Jahren auf <b>15431,04 €</b> an.
	c) 25000 € wachsen bei einem Zinssatz von 4% in 6 Jahren auf <b>31632,98 €</b> an.
E2	Am 31.12.2021 kann die Tochter über einen Betrag von <b>1733,99 €</b> verfügen.
E3	Auf welchen Betrag wachsen 16000 € bei x% Verzinsung in 12 Jahren an?
	a) Bei 4% Verzinsung wächst der Betrag auf <b>25616,52 €</b> an.
	b) Bei 5,5% Verzinsung wächst der Betrag auf <b>30419,32 €</b> an.
	c) Bei 8% Verzinsung wächst der Betrag auf <b>40290,72 €</b> an.
E4	Am 31.12. 2018 stehen dem Anleger <b>8916,57 €</b> zur Verfügung.
E5	Die Zinsen betragen <b>1360,38 €</b> .
E6	Das anzulegende Kapital beträgt <b>13437,99 €</b> .
E7	Fall 2: Auszahlung in 10 Jahren $K(0) = 12563,88 €$ beinhaltet das größte Kapital.
E8	Bei der Berechnung liegt ein Zinssatz von $p = 5,95\%$ zugrunde.
E9	Der Zinssatz betrug $p = 5,5\%$ .
E10	Das Kapital verdoppelt sich bei einem Zinssatz von 4% in etwa <b>18 Jahren</b> .
E11	In etwa <b>8 Jahren</b> wächst ein Kapital von 10000 € bei einem Zinssatz von 5% auf 14774,55 € an?
E12	In etwa <b>5 Jahren</b> bringt ein Kapital von 15000 € bei 6%iger Verzinsung 5073,38 € Zinsen?
E13	Das Kapital wurde zu $p = 8\%$ verzinst.
E14	Der einzuzahlende Betrag beläuft sich auf <b>14063,70 €</b> .
E15	Das Kapital muss etwa <b>25 Jahre</b> zu 4,5% verzinst werden, bis es seinen dreifachen Wert erreicht hat.
E16	Folgende Kapitalanlagen sind zu berechnen.
	a) In 5 Jahren steht ein Betrag von <b>13382,26 €</b> zur Verfügung.
	b) Das Geld für den Autokauf steht nach <b>10 Jahren</b> zur Verfügung.
	c) Für den Autokauf nach 5 Jahren müsste ein Betrag von <b>13450,65 €</b> angelegt werden.

**Ausführliche Lösungen:**

A1	<b>Aufgabe</b>
	Auf welchen Betrag wachsen folgende Anfangskapitalien an?
	a) 1800 € bei 5% Zinssatz in 10 Jahren
	b) 6000 € bei 6,5% Zinssatz in 15 Jahren
c) 25000 € bei 4% Zinssatz in 6 Jahren	

A1	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>a) <math>K(0) = 1800 \text{ €}</math> <math>p = 5\%</math> <math>n = 10</math> <math>q = 1,05</math>  <math>K(10) = K(0) \cdot q^{10} = 1800 \text{ €} \cdot 1,05^{10} = \underline{\underline{2932,01 \text{ €}}}</math>  1800 € wachsen bei einem Zinssatz von 5% in 10 Jahren auf 2932,01 € an.</p>
	<p>b) <math>K(0) = 6000 \text{ €}</math> <math>p = 6,5\%</math> <math>n = 15</math> <math>q = 1,065</math>  <math>K(15) = K(0) \cdot q^{15} = 6000 \text{ €} \cdot 1,065^{15} = \underline{\underline{15431,04 \text{ €}}}</math>  6000 € wachsen bei einem Zinssatz von 6,5% in 15 Jahren auf 15431,04 € an.</p>
<p>c) <math>K(0) = 25000 \text{ €}</math> <math>p = 4\%</math> <math>n = 6</math> <math>q = 1,06</math>  <math>K(6) = K(0) \cdot q^6 = 25000 \text{ €} \cdot 1,04^6 = \underline{\underline{31632,98 \text{ €}}}</math>  25000 € wachsen bei einem Zinssatz von 4% in 6 Jahren auf 31632,98 € an.</p>	

A2	<b>Aufgabe</b>
	Ein Vater legte am 01.01. 2006 ein Sparbuch über 1000 € für seine Tochter an. Über welchen Betrag kann die Tochter am 31.12. 2021 verfügen, wenn das Sparguthaben mit 3,5% verzinst wird?

A2	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>1.1.2006 - 31.12.2021 <math>\Rightarrow n = 16</math> <math>K(0) = 1000 \text{ €}</math> <math>p = 3,5\%</math> <math>q = 1,035</math>  <math>K(16) = K(0) \cdot q^{16} = 1000 \text{ €} \cdot 1,035^{16} = \underline{\underline{1733,99 \text{ €}}}</math>  Die Tochter kann am 31.12.2021 über einen Betrag von 1733,99 € verfügen.</p>

A3	<b>Aufgabe</b>
	Auf welchen Betrag wachsen 16000 € an, wenn das Guthaben 12 Jahre mit
	a) 4% verzinst wird?
	b) 5,5% verzinst wird?
c) 8% verzinst wird?	

<b>A3</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
a)	$K(0) = 16000 \text{ €}$ $n = 12$ $p = 4\%$ $q = 1,04$ $K(12) = K(0) \cdot q^{12} = 16000 \text{ €} \cdot 1,04^{12} = \underline{\underline{25616,52 \text{ €}}}$ Bei einer 12 jährigen Verzinsung mit 4% wächst das Guthaben auf 25616,52 € an.
b)	$K(0) = 16000 \text{ €}$ $n = 12$ $p = 5,5\%$ $q = 1,055$ $K(12) = K(0) \cdot q^{12} = 16000 \text{ €} \cdot 1,055^{12} = \underline{\underline{30419,32 \text{ €}}}$ Bei einer 12 jährigen Verzinsung mit 5,5% wächst das Guthaben auf 30419,32 € an.
c)	$K(0) = 16000 \text{ €}$ $n = 12$ $p = 8\%$ $q = 1,08$ $K(12) = K(0) \cdot q^{12} = 16000 \text{ €} \cdot 1,08^{12} = \underline{\underline{40290,72 \text{ €}}}$ Bei einer 12 jährigen Verzinsung mit 8% wächst das Guthaben auf 40290,72 € an.
<b>A4</b>	<b>Aufgabe</b>
	Ein Betrag in Höhe von 6000 € wurde am 01.01. 2010 zu 4,5% angelegt. Welche Summe steht dem Anleger am 31.12. 2018 zur Verfügung?
<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
	1.1.2010 - 31.12.2018 $\Rightarrow n = 9$ $K(0) = 6000 \text{ €}$ $p = 4,5\%$ $q = 1,045$ $K(9) = K(0) \cdot q^9 = 6000 \text{ €} \cdot 1,045^9 = \underline{\underline{8916,57 \text{ €}}}$ Dem Anleger steht am 31.12.2018 ein Kapital von 8916,57 € zur Verfügung.
<b>A5</b>	<b>Aufgabe</b>
	Wie viel Zinsen bringen bei einer 5%igen Verzinsung unter Berücksichtigung von Zinseszinsen 4000 €, die vom 01.04.2010 bis zum 31.03. 2016 festgelegt wurden?
<b>A5</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
	1.4.2010 - 31.3.2016 $\Rightarrow n = 6$ $K(0) = 4000 \text{ €}$ $p = 5\%$ $q = 1,05$ $Z = K(6) - K(0) = K(0) \cdot q^6 - K(0)$ $= K(0) \cdot [q^6 - 1] = 4000 \text{ €} \cdot [1,05^6 - 1] = \underline{\underline{1360,38 \text{ €}}}$ Die Zinsen betragen 1360,38 €.
<b>A6</b>	<b>Aufgabe</b>
	Ein Vater möchte, dass seinem Sohn am 31.12. 2020 ein Betrag von 30000 € ausgezahlt wird. Welche Summe musste er am 01.01. 2006 anlegen, wenn er mit einer Verzinsung von 5,5% rechnet?

A6	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>1.1.2006 – 31.12.2020 <math>\Rightarrow n = 15</math> <math>K(15) = 30000 \text{ €}</math> <math>p = 5,5\%</math> <math>q = 1,055</math></p> $K(0) = \frac{K(15)}{q^{15}} = \frac{30000 \text{ €}}{1,055^{15}} = \underline{\underline{13437,99 \text{ €}}}$ <p>Es muss eine Summe von <math>K(0) = 13437,99 \text{ €}</math> angelegt werden.</p>
A7	<b>Aufgabe</b>
	<p>Ein junger Mann hat die Wahl zwischen folgenden Kapitalien: 12000 €, Auszahlung sofort, oder 22500 €, Auszahlung in 10 Jahren, oder 36000 €, Auszahlung in 20 Jahren. Welches Kapital ist, bezogen auf einen gemeinsamen Stichtag am höchsten, wenn man von einer 6%igen Verzinsung ausgeht?</p>
A7	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p><math>p = 6\%</math> Stichtag heute <math>q = 1,06</math></p> <p>Fall 1: 12000 € Auszahlung sofort  <math>K(0) = 12000 \text{ €}</math></p> <p>Fall 2: 22500 € Auszahlung in 10 Jahren  <math display="block">K(0) = \frac{K(10)}{q^{10}} = \frac{22500 \text{ €}}{1,06^{10}} = \underline{\underline{12563,88 \text{ €}}}</math></p> <p>Fall 3: 36000 € Auszahlung in 20 Jahren  <math display="block">K(0) = \frac{K(20)}{q^{20}} = \frac{36000 \text{ €}}{1,06^{20}} = \underline{\underline{11224,97 \text{ €}}}</math></p> <p>Fall 2 beinhaltet das größte Kapital <math>K(0) = 12563,88 \text{ €}</math>.</p>
A8	<b>Aufgabe</b>
	<p>Ein Kapital in Höhe von 5000 € verdoppelt sich in 12 Jahren. Welcher Zinssatz liegt bei dieser Berechnung zugrunde?</p>
A8	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p><math>K(0) = 5000 \text{ €}</math> <math>K(12) = 10000 \text{ €}</math> <math>n = 12</math></p> $p = 100 \cdot \left[ \left( \frac{K(12)}{K(0)} \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] = 100 \cdot \left[ \left( \frac{10000 \text{ €}}{5000 \text{ €}} \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] = \underline{\underline{5,95\%}}$ <p>Bei der berechnung liegt ein Zinssatz von <math>p = 5,95\%</math> zugrunde.</p>
A9	<b>Aufgabe</b>
	<p>Zu welchem Zinssatz war ein Kapital von 5000 € ausgeliehen, wenn es in 5 Jahren auf 6535 € angewachsen ist?</p>

A9	<b>Ausführliche Lösung</b> $K(0) = 5000 \text{ €}$ $K(5) = 6535 \text{ €}$ $n = 5$ $p = 100 \cdot \left[ \left( \frac{K(5)}{K(0)} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 \right] = 100 \cdot \left[ \left( \frac{6535 \text{ €}}{5000 \text{ €}} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 \right] = \underline{\underline{5,5\%}}$ Das Kapital war zu einem Zinssatz von $p = 5,5\%$ ausgeliehen.
A10	<b>Aufgabe</b> In wie viel Jahren verdoppelt sich ein Kapital bei einem Zinssatz von 4%?
A10	<b>Ausführliche Lösung</b> $p = 4\%$ $K(n) = 2 \cdot K(0)$ $q = 1,04$ $n = \frac{\lg \frac{K(n)}{K(0)}}{\lg q} = \frac{\lg 2}{\lg 1,04} = 17,7 \approx \underline{\underline{18 \text{ Jahre}}}$ Bei einem Zinssatz von 4% verdoppelt sich das Kapital in etwa 18 Jahren.
A11	<b>Aufgabe</b> In wie viel Jahren wächst ein Kapital von 10000 € bei einem Zinssatz von 5% auf 14774,55 € an?
A11	<b>Ausführliche Lösung</b> $p = 5\%$ $K(0) = 10000 \text{ €}$ $K(n) = 14774,55 \text{ €}$ $q = 1,05$ $n = \frac{\lg \frac{K(n)}{K(0)}}{\lg q} = \frac{\lg \frac{14774,55 \text{ €}}{10000 \text{ €}}}{\lg 1,05} \approx \underline{\underline{8 \text{ Jahre}}}$ Die Laufzeit beträgt etwa 8 Jahre.
A12	<b>Aufgabe</b> In wie viel Jahren bringt ein Kapital von 15000 € bei 6%iger Verzinsung 5073,38 € Zinsen?
A12	<b>Ausführliche Lösung</b> $p = 6\%$ $K(0) = 15000 \text{ €}$ Zinsen: $Z = 5073,38 \text{ €}$ $q = 1,06$ $K(n) = K(0) + Z = 15000 \text{ €} + 5073,38 \text{ €} = 20073,38 \text{ €}$ $n = \frac{\lg \frac{K(n)}{K(0)}}{\lg q} = \frac{\lg \frac{20073,38 \text{ €}}{15000 \text{ €}}}{\lg 1,06} \approx \underline{\underline{5 \text{ Jahre}}}$ Die Laufzeit beträgt etwa 5 Jahre.
A13	<b>Aufgabe</b> Ein Kapital hat sich in 9 Jahren verdoppelt. Zu welchem Prozentsatz wurde es verzinst?

A13	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p><math>n = 9 \quad K(9) = 2 \cdot K(0) \quad \text{ges. } p</math></p> $p = 100 \cdot \left[ \left( \frac{K(9)}{K(0)} \right)^{\frac{1}{9}} - 1 \right] = 100 \cdot \left[ \left( \frac{2K(0)}{K(0)} \right)^{\frac{1}{9}} - 1 \right] = 100 \cdot \left[ (2)^{\frac{1}{9}} - 1 \right] = \underline{\underline{8}}$ <p>Das Kapital wurde zu 8% verzinst.</p>
A14	<b>Aufgabe</b>
	Welchen Betrag muss ein Sparer heute bei einer Sparkasse einzahlen, wenn er bei 4,5% Zinsen nach 8 Jahren über 20000 € verfügen will?
A14	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p><math>n = 8 \quad p = 4,5 \% \quad K(8) = 20000 \text{ €} \quad q = 1,045</math></p> $K(0) = \frac{K(8)}{q^8} = \frac{20000 \text{ €}}{1,045^8} = \underline{\underline{14063,70 \text{ €}}}$ <p>Der einzuzahlende Betrag beläuft sich auf <math>K(0) = 14063,70 \text{ €}</math>.</p>
A15	<b>Aufgabe</b>
	Wie lange muss ein Kapital zu 4,5% verzinst werden, bis es seinen dreifachen Wert erreicht hat?
A15	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p><math>p = 4,5 \% \quad K(n) = 3 \cdot K(0) \quad q = 1,045</math></p> $n = \frac{\lg \frac{K(n)}{K(0)}}{\lg q} = \frac{\lg \frac{3K(0)}{K(0)}}{\lg q} = \frac{\lg 3}{\lg 1,045} \approx \underline{\underline{25 \text{ Jahre}}}$ <p>Die Laufzeit beträgt etwa 25 Jahre.</p>
A16	<b>Aufgabe</b>
	Folgende Kapitalanlagen sind zu berechnen.
a)	Es werden 10000 € zu 6% angelegt. Welcher Betrag steht nach 5 Jahren zur Verfügung?
b)	Für den Kauf eines Autos benötigt man 18000 €. Wann steht das Geld zur Verfügung?
c)	Welcher Betrag müsste angelegt werden, damit das Geld für den Autokauf schon nach 5 Jahren zur Verfügung steht?

<b>A16</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
a)	$K(0) = 10000 \text{ €}$ $p = 6\%$ $n = 5$ $q = 1,06$ $K(6) = K(0) \cdot q^5 = 10000 \text{ €} \cdot 1,06^5 = \underline{\underline{13382,26 \text{ €}}}$ Nach 5 Jahren steht ein Betrag von $13382,26 \text{ €}$ zur Verfügung.
b)	$p = 6\%$ $K(0) = 10000 \text{ €}$ $K(n) = 18000 \text{ €}$ $q = 1,06$ $n = \frac{\lg \frac{K(n)}{K(0)}}{\lg q} = \frac{\lg \frac{18000 \text{ €}}{10000 \text{ €}}}{\lg 1,06} = \underline{\underline{10 \text{ Jahre}}}$ Das Geld steht nach 10 Jahren zur Verfügung.
c)	$p = 6\%$ $n = 5$ $K(5) = 18000 \text{ €}$ $q = 1,06$ $K(0) = \frac{K(5)}{q^5} = \frac{18000 \text{ €}}{1,06^5} = \underline{\underline{13450,65 \text{ €}}}$ Für den Autokauf müsste ein Betrag von $13450,65 \text{ €}$ angelegt werden.

(C) Rudolf Brinkmann  
Original Word-Dokumente  
ohne Copyright-Vermerk  
erhalten Sie unter:  
<http://www.brinkmann-du.de>