Lösungen Potenzen und Logarithmen I

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	$\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}=e^{2x}+e^{-2x}+2$

E2	Ergebnis
	$\left(e^{x}-e^{-x}+5\right)\cdot e^{x}=e^{2x}+5\cdot e^{x}-1$

E3	Ergebnis
	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}=e^{4x-1}$

E4	Ergebnis
	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3}=\frac{1}{e}$

E5	Ergebnis
	$\frac{1}{e^{2x}}+3\left(e^{-x}\right)^{2}-\left(\frac{2}{e^{x}}\right)^{2}=0$

E6	Ergebnis
	$e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}=-2k$

E7	Ergebnis
	$\ln\left(e^{2}\right)-3\ln\left(\frac{e}{2}\right)=3\cdot\ln(2)-1$

E8	Ergebnis
	$\ln\left(2e^{2}\right)+\ln\left(\frac{e}{2}\right)=3$

E9	Ergebnis
	$e^{\ln(k)+1}=k\cdot e$

E10	Ergebnis
	$\frac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}=\frac{8}{9k}$

Potenz- und Logarithmengesetze

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Logarithmus zur Basis a

$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$	$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$	$\log_a\left(b^c\right) = c \cdot \log_a(b)$
$\log_a(a) = 1$ $\qquad \log_a(1) = 0$	$b = a^{\log_a(b)}$ $\qquad b^x = a^{x \cdot \log_a(b)}$

Logarithmus zur Basis 10 (Zehner- oder dekadischer Logarithmus) [LOG]-Taste

$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b$	$\lg(b \cdot c) = \lg(b) + \lg(c)$
$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b) - \lg(c)$	$\lg\left(b^c\right) = c \cdot \lg(b)$
$\lg(10) = 1$ $\qquad \lg(1) = 0$	$b = 10^{\lg(b)}$ $\qquad b^x = 10^{x \cdot \lg(b)}$

Logarithmus zur Basis e (Natürlicher Logarithmus oder Logarithmus Naturalis)

$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b$	$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$
$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$\ln\left(b^c\right) = c \cdot \ln(b)$
$\ln(e) = 1$ $\qquad \ln(1) = 0$	$b = e^{\ln(b)}$ $\qquad b^x = e^{x \cdot \ln(b)}$

Umrechnung von einem Logarithmensystem in ein anderes.

$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\log_3(5) = \frac{\lg(5)}{\lg(3)} = \frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1,4649735$

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}$

A1	Ausführliche Lösung
	$\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}=e^{x}\cdot e^{x}+2\cdot e^{x}\cdot e^{-x}+e^{-x}\cdot e^{-x}$ $=e^{x+x}+2\cdot e^{x-x}+e^{-x-x}$ $=e^{2x}+2\cdot e^{0}+e^{-2x}$ mit $e^{0}=1$ wird $=e^{2x}+2\cdot 1+e^{-2x}=\underline{\underline{e^{2x}+e^{-2x}+2}}$

A2	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$\left(e^{x}-e^{-x}+5\right)\cdot e^{x}$

A2	Ausführliche Lösung
	$\left(e^{x}-e^{-x}+5\right)\cdot e^{x}=e^{x}\cdot e^{x}-e^{-x}\cdot e^{x}+5\cdot e^{x}$ $=e^{x+x}-e^{-x+x}+5\cdot e^{x}$ $=e^{2x}-e^{0}+5\cdot e^{x}=e^{2x}-1+5\cdot e^{x}=\underline{\underline{e^{2x}+5\cdot e^{x}-1}}$

A3	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$

A3	Ausführliche Lösung
	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}=e^{3x+1}\cdot e^{-(-x+2)}=e^{3x+1-(-x+2)}=e^{3x+1+x-2}=\underline{\underline{e^{4x-1}}}$

A4	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3}$

A4	Ausführliche Lösung
	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3}=e^{-x+(-x+2)+2x-3}=e^{-x-x+2+2x-3}=e^{-1}=\underline{\underline{\frac{1}{e}}}$

A5	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$\frac{1}{e^{2x}}+3\left(e^{-x}\right)^2-\left(\frac{2}{e^x}\right)^2$

A5	Ausführliche Lösung
	$\frac{1}{e^{2x}}+3\left(e^{-x}\right)^2-\left(\frac{2}{e^x}\right)^2=e^{-2x}+3\cdot e^{-2x}-\left(\frac{4}{e^{2x}}\right)=4\cdot e^{-2x}-4\cdot e^{-2x}=\underline{\underline{0}}$

A6	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}$

A6	Ausführliche Lösung
	$e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}$ mit $e^{\ln(x)}=x$ wird $e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}=2k-2k\cdot 2=2k-4k=\underline{\underline{-2k}}$

A7	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$\ln\left(e^2\right)-3\ln\left(\frac{e}{2}\right)$

A7	Ausführliche Lösung
	$\ln\left(e^2\right)-3\ln\left(\frac{e}{2}\right)=2\cdot\ln(e)-3\left[\ln(e)-\ln(2)\right]$ mit $\ln(e)=1$ wird $=2\cdot 1-3\left[1-\ln(2)\right]=2-3+3\cdot\ln(2)=\underline{\underline{3\cdot\ln(2)-1}}$

A8	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$\ln\left(2e^2\right)+\ln\left(\frac{e}{2}\right)$

A8	Ausführliche Lösung
	$\ln\left(2e^2\right)+\ln\left(\frac{e}{2}\right)=\ln(2)+\ln\left(e^2\right)+\ln(e)-\ln(2)$ $=\ln(2)+2\cdot\ln(e)+\ln(e)-\ln(2)=3\cdot\ln(e)=\underline{\underline{3}}$

A9	**Aufgabe**
	Formen Sie um
	$e^{\ln(k)+1}$

A9	Ausführliche Lösung
	$e^{\ln(k)+1} = e^{\ln(k)} \cdot e^1 = \underline{\underline{k \cdot e}}$

A10	Ausführliche Lösung
	$\frac{2}{3} e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{e^{\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{1}{1}}{\frac{3k}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3k} = \underline{\underline{\frac{8}{9k}}}$