

Lösungen Logarithmen II

Ergebnisse:

E1 Aufgabe					
Logarithmieren Sie folgende Terme					
a)	$\lg\left(\frac{x^2yz^3}{m^2n^3}\right)^a$	b)	$\lg\left(\frac{a^3b^{-4}c}{x^2y^{-3}}\right)^5$	c)	$\lg\left(\frac{a^xb^yc^z}{2d}\right)^{\frac{1}{2}}$
d)	$\lg\left(\sqrt{\frac{xy^2z}{ab^2c}}\right)$	e)	$\lg\left(\sqrt[3]{\frac{a^2b^2c}{4ef^2}}\right)$	f)	$\lg\left(\sqrt{\frac{x^2y^{-3}z}{(abc^2)^2}}\right)$

E1 Ergebnisse	
a)	$\lg\left(\frac{x^2yz^3}{m^2n^3}\right)^a = 2a \cdot \lg(x) + a \cdot \lg(y) + 3a \cdot \lg(z) - 2a \cdot \lg(m) - 3a \cdot \lg(n)$
b)	$\lg\left(\frac{a^3b^{-4}c}{x^2y^{-3}}\right)^5 = 15 \cdot \lg(a) - 20 \cdot \lg(b) + 5 \cdot \lg(c) - 10 \cdot \lg(x) + 15 \cdot \lg(y)$
c)	$\lg\left(\frac{a^xb^yc^z}{2d}\right)^{\frac{1}{2}} = -\frac{x}{2} \cdot \lg(a) - \frac{y}{2} \cdot \lg(b) - \frac{z}{2} \cdot \lg(c) + \frac{1}{2} \cdot \lg(2) + \frac{1}{2} \cdot \lg(d)$
d)	$\lg\left(\sqrt{\frac{xy^2z}{ab^2c}}\right) = \frac{1}{2} \cdot \lg(x) + \lg(y) + \frac{1}{2} \cdot \lg(z) - \frac{1}{2} \cdot \lg(a) - \lg(b) - \frac{1}{2} \cdot \lg(c)$
e)	$\lg\left(\sqrt[3]{\frac{a^2b^2c}{4ef^2}}\right) = \frac{2}{3} \cdot \lg(a) + \frac{2}{3} \cdot \lg(b) + \frac{1}{3} \cdot \lg(c) - \frac{1}{3} \cdot \lg(4) - \frac{1}{3} \cdot \lg(e) - \frac{2}{3} \cdot \lg(f)$
f)	$\lg\left(\sqrt{\frac{x^2y^{-3}z}{(abc^2)^2}}\right) = \lg(x) - \frac{3}{2} \cdot \lg(y) + \frac{1}{2} \cdot \lg(z) - \lg(a) - \lg(b) - 2 \cdot \lg(c)$

E2 Aufgabe					
Logarithmieren Sie folgende Terme					
a)	$\lg\left(\frac{p^3q^4}{\sqrt[3]{xy^5}}\right)$	b)	$\log_a\left(\sqrt[3]{\frac{x^2y}{3rz}}\right)$	c)	$\log_a\left(\sqrt[3]{\frac{3xy}{2z^3}}\right)$
d)	$\log_a\left(\sqrt{\frac{xyz^2}{5ab}}\right)^3$	e)	$\lg\left(\sqrt[3]{\frac{7xy^3z}{28b^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$	f)	$\log_a\left(\sqrt{\frac{ab^2c^3}{\sqrt{xy^2z}}}\right)^3$

E2	Ergebnisse
a)	$\lg\left(\frac{p^3q^4}{\sqrt[3]{xy^5}}\right) = 3 \cdot \lg(p) + 4 \cdot \lg(q) - \frac{1}{3} \cdot \lg(x) - \frac{5}{3} \cdot \lg(y)$
b)	$\log_a\left(\sqrt[3]{\frac{x^2y}{3rz}}\right) = \frac{2}{3} \cdot \log_a(x) + \frac{1}{3} \cdot \log_a(y) - \frac{1}{3} \cdot \log_a(3) - \frac{1}{3} \cdot \log_a(r) - \frac{1}{3} \cdot \log_a(z)$
c)	$\log_a\left(\sqrt[3]{\frac{3xy}{2z^3}}\right) = \frac{1}{3} \cdot \log_a(3) + \frac{1}{3} \cdot \log_a(x) + \frac{1}{3} \cdot \log_a(y) - \frac{1}{3} \cdot \log_a(2) - \log_a(z)$
d)	$\log_a\left(\sqrt{\frac{xyz^2}{5ab}}\right)^3 = \frac{3}{2} \cdot \log_a(x) + \frac{3}{2} \cdot \log_a(y) + 3 \cdot \log_a(z) - \frac{3}{2} \cdot \log_a(5) - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cdot \log_a(b)$
e)	$\lg\left(\sqrt[3]{\frac{7xy^3z}{28b^2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \cdot \lg(x) + \frac{1}{2} \cdot \lg(y) + \frac{1}{6} \cdot \lg(z) - \frac{1}{6} \cdot \lg(4) - \frac{1}{3} \cdot \lg(b)$
f)	$\log_a\left(\sqrt{\frac{ab^2c^3}{xy^2z}}\right)^3 = \frac{3}{2} + 3 \cdot \log_a(b) + \frac{9}{2} \cdot \log_a(c) - \frac{3}{4} \cdot \log_a(x) - \frac{3}{2} \cdot \log_a(y) - \frac{3}{4} \cdot \log_a(z)$

E3	Aufgabe
Fassen Sie folgende Terme zu einem Logarithmenterm zusammen	
a)	$\frac{1}{2} \cdot \lg(a) - 2 \cdot \lg(b^2) + \lg(c)$
b)	$5 \cdot \lg(x) + \frac{1}{4} \cdot \lg(y) + \frac{3}{2} \cdot \lg(z)$

E3	Ergebnisse
a)	$\frac{1}{2} \cdot \lg(a) - 2 \cdot \lg(b^2) + \lg(c) = \lg\left(\frac{\sqrt{a} \cdot c}{b^4}\right)$
b)	$5 \cdot \lg(x) + \frac{1}{4} \cdot \lg(y) + \frac{3}{2} \cdot \lg(z) = \lg(x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot z \cdot \sqrt{z})$

E4	Aufgabe
Fassen Sie folgende Terme zu einem Logarithmenterm zusammen	
a)	$x \cdot \log_a(y) - y \cdot \log_a(x)$
b)	$2 \cdot \ln\left(\frac{p}{q}\right) + \frac{1}{2} \cdot \ln(q^2) - \ln(p^3)$

E4	Ergebnisse
a)	$x \cdot \log_a(y) - y \cdot \log_a(x) = \log_a\left(\frac{y^x}{x^y}\right)$
b)	$2 \cdot \ln\left(\frac{p}{q}\right) + \frac{1}{2} \cdot \ln(q^2) - \ln(p^3) = \ln\left(\frac{1}{pq}\right)$

E5	Aufgabe
	Fassen Sie folgenden Term zu einem Logarithmenterm zusammen
a)	$4 \cdot \log_x(a) - \frac{3}{2} \cdot \log_x(b^2) - \frac{2}{3} \cdot \log_x(\sqrt{a^3})$

E5	Ergebnis
	$4 \cdot \log_x(a) - \frac{3}{2} \cdot \log_x(b^2) - \frac{2}{3} \cdot \log_x(\sqrt{a^3}) = \log_x\left(\frac{a}{b}\right)^3$

E6	Ergebnisse														
	10^x	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1	2^x	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
	x	0	2	-1	0,5	-0,5	\emptyset	x	0	1	3	10	-1	0,5	$\frac{5}{3}$

E7	Ergebnisse	
	a) $\log_2(7) = x \Leftrightarrow 2^x = 7$	b) $\log_3(x) = y \Leftrightarrow 3^y = x$
	c) $\log_a(y) = x \Leftrightarrow a^x = y$	d) $\log_e(b) = 1-x \Leftrightarrow e^{1-x} = b$

E8	Ergebnisse							
	a) $\log_2(16) = 4$	b) $\log_5(0,2) = -1$	c) $\log_5(5) = 1$	d) $\log_a(\sqrt{a}) = 0,5$				
	e) $\log_2(2^{1,5}) = 1,5$	f) $\log_2(4^{-2}) = -4$	g) $\lg(\sqrt[3]{10}) = \frac{1}{3}$	h) $\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = -1,5$				

Ausführliche Lösungen:

A6 Aufgabe																
Füllen Sie die Tabellen aus																
10^x	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1			2^x	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
x									x							

A6 Ausführliche Lösung																
$10^x = 1 \Rightarrow x = 0$ denn $10^0 = 1$							$2^x = 1 \Rightarrow x = 0$ denn $2^0 = 1$									
$10^x = 100 \Rightarrow x = 2$ denn $10^2 = 100$							$2^x = 2 \Rightarrow x = 1$ denn $2^1 = 2$									
$10^x = 0,1 \Rightarrow x = -1$ denn $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$							$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$ denn $2^3 = 8$									
$10^x = \sqrt{10} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ denn $10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$							$2^x = 1024 \Rightarrow x = 10$ denn $2^{10} = 1024$									
$10^x = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ denn $10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$							$2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$ denn $2^{-1} = \frac{1}{2}$									
$10^x = -1 \Rightarrow x = \emptyset$ keine Lösung							$2^x = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ denn $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$									
							$2^x = \sqrt[3]{4} \cdot 2 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ denn $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{4} \cdot 2$									
$\sqrt[3]{4} \cdot 2 = \sqrt[3]{2 \cdot 2} \cdot 2 = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2 = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^1 = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1} = 2^{\frac{5}{3}}$																
10^x	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1			2^x	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
x	0	2	-1	0,5	-0,5	\emptyset			x	0	1	3	10	-1	0,5	$\frac{5}{3}$

A7 Aufgabe													
Schreiben Sie in Potenzform													
a)	$\log_2(7) = x$	b)	$\log_3(x) = y$	c)	$\log_a(y) = x$	d)	$\log_e(b) = 1 - x$						

A7 Ausführliche Lösungen													
a)	Wegen $\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$ gilt: $\log_2(7) = x \Leftrightarrow 2^x = 7$												
b)	Wegen $\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$ gilt: $\log_3(x) = y \Leftrightarrow 3^y = x$												
c)	Wegen $\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$ gilt: $\log_a(y) = x \Leftrightarrow a^x = y$												
d)	Wegen $\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$ gilt: $\log_e(b) = 1 - x \Leftrightarrow e^{1-x} = b$												

A8 Aufgabe							
Bestimmen Sie nach der Definition des Logarithmus.							
a)	$\log_2(16)$	b)	$\log_5(0,2)$	c)	$\log_5(5)$	d)	$\log_a(\sqrt{a})$
e)	$\log_2(2^{1,5})$	f)	$\log_2(4^{-2})$	g)	$\lg(\sqrt[3]{10})$	h)	$\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$

A8 Ausführliche Lösungen							
a)	$\log_2(16) = x \Leftrightarrow 2^x = 16$ $2^x = 16 = 2^4 \Leftrightarrow x = 4$ $\Rightarrow \log_2(16) = 4$			b)	$\log_5(0,2) = x \Leftrightarrow 5^x = 0,2$ $5^x = 0,2 = \frac{1}{5} = 5^{-1} \Leftrightarrow x = -1$ $\Rightarrow \log_5(0,2) = -1$		

A8 Ausführliche Lösungen							
c)	$\log_5(5) = x \Leftrightarrow 5^x = 5$ $5^x = 5 = 5^1 \Leftrightarrow x = 1$ $\Rightarrow \log_5(5) = 1$			d)	$\log_a(\sqrt{a}) = x \Leftrightarrow a^x = \sqrt{a}$ $a^x = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \log_a(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}$		

A8 Ausführliche Lösungen							
e)	$\log_2(2^{1,5}) = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{1,5}$ $2^x = 2^{1,5} = 2^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow \log_2(2^{1,5}) = \frac{3}{2}$			f)	$\log_2(4^{-2}) = x \Leftrightarrow 2^x = 4^{-2}$ $2^x = 4^{-2} = (2 \cdot 2)^{-2} = 2^{-2} \cdot 2^{-2} = 2^{-4}$ $\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow \log_2(4^{-2}) = -4$		

A8 Ausführliche Lösungen							
g)	$\lg(\sqrt[3]{10}) = x \Leftrightarrow 10^x = \sqrt[3]{10}$ $\Leftrightarrow 10^x = \sqrt[3]{10} = 10^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \lg(\sqrt[3]{10}) = \frac{1}{3}$			h)	$\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = x \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{\sqrt{8}}$ $2^x = \frac{1}{\sqrt{8}} = 8^{-\frac{1}{2}} = (2^3)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}}$ $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow \log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{3}{2}$		