

Lösungen lineare Ungleichungen I

Will man eine lineare Ungleichung lösen, so geht man genauso vor, wie bei der Lösung einer linearen Gleichung. Man darf auf beiden Seiten addieren und subtrahieren. Auch dürfen beide Seiten der Gleichung mit einer Zahl oder einem algebraischen Ausdruck multipliziert oder dividiert werden, dabei ist jedoch zu beachten, dass bei der Multiplikation, bzw. der Division mit einem negativen Wert das Relationszeichen umzukehren ist. Im Gegensatz zur linearen Gleichung ist bei der linearen Ungleichung die Lösung, bzw. die Lösungsmenge ein Intervall.

Beispiel:	$\frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2} \quad -5 \Leftrightarrow \frac{2-x}{3} \geq \frac{x}{2} - 5 \quad \cdot 3$
	$\Leftrightarrow 2-x \geq \frac{3}{2}x - 15 \quad -2 \Leftrightarrow -x \geq \frac{3}{2}x - 17 \quad \cdot (-1)$
	$\Leftrightarrow x \leq 17 + \frac{3}{2}x \quad + \frac{3}{2}x \Leftrightarrow \frac{5}{2}x \leq 17 \quad \cdot \frac{2}{5}$
	$\Leftrightarrow x \leq \frac{34}{5}$
	$\Rightarrow L = \left\{ x \mid -\infty < x \leq \frac{34}{5} \right\}$ bzw. $\left(-\infty; \frac{34}{5} \right]$

Ergebnisse:

E1	Aufgabe		
	Lösen Sie die folgenden Ungleichungen.		
	a) $\frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2}$	b) $-\frac{1}{2}(x-6) < 6$	c) $3(x-3) \geq 5\left(1-\frac{x}{2}\right)$

E1	Ergebnisse		
	a) $-\infty < x \leq \frac{34}{5}$	b) $-6 < x < \infty$	c) $x \geq \frac{28}{11}$

E2	Aufgabe		
	Lösen Sie die folgenden Ungleichungen.		
	a) $\frac{1}{3}x - 5 \leq \frac{1}{4}x + 3$	b) $\frac{1}{2}(x-5) > 0$	c) $2x + \frac{5}{2} < -(3+4x) - 3$

E2	Ergebnisse		
	a) $-\infty < x \leq 96$	b) $5 < x < \infty$	c) $-\infty < x < -\frac{17}{12}$

E3	Aufgabe		
	Lösen Sie die folgenden Ungleichungen.		
	a) $\frac{x}{5} + 3 \geq \frac{x}{2}$	b) $-3 < 2(x-2) < 5$	c) $x \cdot e - x > 100$

E3	Ergebnisse		
a)	$-\infty < x \leq 10$	b)	$\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}$
c)	$\frac{100}{e-1} < x < \infty$		

E4	Aufgabe		
Lösen Sie die folgenden Ungleichungen.			
a)	$3(1-2x) - 2 > 2(x-3) - (3x+5)$	b)	$\frac{2x-3}{2} - \frac{1}{4}(3x-5) \leq -1$

E4	Ergebnisse		
a)	$-\infty < x < \frac{12}{5}$	b)	$-\infty < x \leq -3$

E5	Aufgabe		
Lösen Sie die folgenden Ungleichungen.			
a)	$\frac{3}{4}(2x-4) + \frac{3}{2}x - 4 < 5(1-x) - 2x - 6$	b)	$4 - \frac{2x}{3} \geq \frac{x}{4}$

E5	Ergebnisse		
a)	$-\infty < x < \frac{3}{5}$	b)	$-\infty < x \leq \frac{48}{11}$

E6	Aufgabe		
Bestimmen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von a.			
a)	$ax + 3 < 7 - a$	b)	$a(x-3) > 2x$
c)	$a - 4(x-2) < 2(a-3)$		

E6	Ergebnisse		
a)	$-\infty < x < \frac{4-a}{a}$ für $a > 0$	$\frac{4-a}{a} < x < \infty$ für $a < 0$	$L = \mathbb{R}$ für $a = 0$
b)	$x > \frac{3a}{a-2}$ für $a > 2$	$x < \frac{3a}{a-2}$ für $a < 2$	keine Lösung für $a = 2$
c)	$x > -\frac{a}{4} + \frac{7}{2}$ für $a \in \mathbb{R}$		

E7	Aufgabe		
Die Versicherung A bezahlt 90% der um 300 € verminderten Schadenssumme, die Versicherung B übernimmt 85% des um 200 € verminderten Schadens. Bis zu welcher Schadenssumme ist bei gleicher Jahresprämie die Versicherung B günstiger?			

E7	Ergebnis		
Schadenssumme x: $0,9(x-300) < 0,85(x-200) \Rightarrow x < 2000$			
B ist bis zu einem Schaden von 2000 € günstiger.			

8.	Aufgabe
	Ein Schüler löst die Ungleichung $\frac{1+x}{-2} > 1$ auf folgende Art: $1+x > -2 \Leftrightarrow x > -3$ Probe mit $x = -1$ ergibt eine falsche Aussage. Wo liegt der Fehler?
E8	Ergebnis
	Es muss lauten $1+x < -2 \Rightarrow L = \{x \mid -\infty < x < -3\}_{\mathbb{R}}$ Multiplikation mit -2 dreht das Ungleichheitszeichen um.
E9	Aufgabe
	Für welche positiven x - Werte gilt: $\frac{2x+1}{x} < 2,001$?
E9	Ergebnis
	$x > 1000 \vee x < 0$
E10	Aufgabe
	Der Term $K = 0,85x + 24$ liefert die Kosten bei der Produktion von x Stück einer Ware. Der Erlös berechnet sich mit der Gleichung $E = 1,45x$. Ab welcher Stückzahl erzielt die Firma einen Gewinn?
E10	Ergebnis
	Ansatz: $G = E - K \Leftrightarrow 1,45x - 0,85x - 24 > 0 \Leftrightarrow x > 40$ Die Firma erzielt einen Gewinn ab $x > 40$.
E11	Aufgabe
	Die monatlichen Kosten in € für x kWh beim Stromanbieter A lassen sich berechnen durch $K_A(x) = 0,195x + 21,35$, beim Anbieter B durch $K_B(x) = 0,265x + 18,45$. Für welchen Verbrauch ist Stromanbieter B günstiger?
E11	Ergebnis
	Bis 41,4 kWh ist B billiger.