

Lösungen Lineare Gleichungssysteme I

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	(I) $5y - 3x = 1$ (II) $x = y + 1$ $\Rightarrow L = \{(3 2)\}$
	b)	(I) $4x + 5y = 32$ $\Rightarrow L = \{(3 4)\}$ (II) $y = 5x - 11$
	c)	(I) $15y - 4x = -50$ $\Rightarrow L = \{(5 -2)\}$ (II) $x = y + 7$
d)	(I) $3x = y + 15$ $\Rightarrow L = \{(10 15)\}$ (II) $2y - 10 = 2x$	

E2	Ergebnisse	
	a)	(I) $2y = 2x - 40$ (II) $3x = 10 - 2y$ $\Rightarrow L = \{(10 -10)\}$
	b)	(I) $\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3$ $\Rightarrow L = \{(12 5)\}$ (II) $\frac{x}{4} + y = 8$
	c)	(I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$ $\Rightarrow L = \{(5 4)\}$ (II) $\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$
d)	(I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$ $\Rightarrow L = \{(3 13)\}$ (II) $\frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}$	

E3	Ergebnisse	
	a)	(I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$ $\Rightarrow L = \{(7 8)\}$
	b)	(I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $\Rightarrow L = \{(3 8)\}$ (II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$
	c)	(I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ $\Rightarrow L = \{(6 8)\}$ (II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = \frac{1}{6}$
d)	(I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $\Rightarrow L = \{(8 6)\}$ (II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$	

E4	Ergebnis	
	(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow L = \{(4 -2)\}$	

E5	Ergebnis:	
	$x = 4y \wedge (x+5) = 3(y+5) \Rightarrow L = \{40 10\}$ Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.	

E6	Ergebnis:	
	$\frac{x}{18} + \frac{x}{22} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$ Der Behälter wird in 4 Minuten und 57 Sekunden halb gefüllt.	

E7	Ergebnis:
	$2a + 2b = 180 \quad \wedge \quad b = 30 \Rightarrow L = \{60 \mid 30\}$ Die Rechteckseite a ist 60 cm lang.

E8	Ergebnis:
	$x + y = 9 \quad \wedge \quad 10y + x = \frac{7}{4} \cdot (10x + y) \Rightarrow L = \{3 \mid 6\}$ Die Ziffern der Zahl heißen 3 und 6. Die Zahl lautet 36.

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
<http://www.brinkmann-du.de>

Ausführliche Lösungen

A1	Aufgabe	
	Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungssysteme	
	a) (I) $5y - 3x = 1$ (II) $x = y + 1$	b) (I) $4x + 5y = 32$ (II) $y = 5x - 11$
c) (I) $15y - 4x = -50$ (II) $x = y + 7$	d) (I) $3x = y + 15$ (II) $2y - 10 = 2x$	

A1	Ausführliche Lösung mit dem Einsetzverfahren	
a)	(I) $5y - 3x = 1$ (II) $x = y + 1$ $x = y + 1$ in (I) einsetzen $5y - 3(y + 1) = 1$ $\Leftrightarrow 5y - 3y - 3 = 1 \mid +3$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$	$y = 2$ in (II) einsetzen $x = 2 + 1$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ Lösung: $L = \{(3 \mid 2)\}$ Probe: (I) $5y - 3x = 1 \Rightarrow 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1$ $\Leftrightarrow 10 - 9 = 1$ (w) (II) $x = y + 1 \Rightarrow 3 = 2 + 1$ (w)

A1	Ausführliche Lösung mit dem Einsetzverfahren	
b)	(I) $4x + 5y = 32$ (II) $y = 5x - 11$ $y = 5x - 11$ in (I) einsetzen $4x + 5(5x - 11) = 32$ $\Leftrightarrow 4x + 25x - 55 = 32 \mid +55$ $\Leftrightarrow 29x = 87 \mid :29$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$	$x = 3$ in (II) einsetzen $y = 15 - 11$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 4}}$ Lösung: $L = \{(3 \mid 4)\}$ Probe: (I) $4x + 5y = 32 \Rightarrow 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 32$ $\Leftrightarrow 12 + 20 = 32$ (w) (II) $y = 5x - 11 \Rightarrow 4 = 5 \cdot 3 - 11$ $\Leftrightarrow 4 = 15 - 11$ (w)

A1 Ausführliche Lösung mit dem Einsetzverfahren	
c)	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(I) $15y - 4x = -50$</p> <p>(II) $x = y + 7$</p> <p>$x = y + 7$ in (I) einsetzen</p> $15y - 4(y + 7) = -50$ $\Leftrightarrow 15y - 4y - 28 = -50 \quad +28$ $\Leftrightarrow 11y = -22 \quad : 11$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -2}}$ </div> <div style="width: 45%;"> <p>$y = -2$ in (II) einsetzen</p> $x = -2 + 7$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 5}}$ <p>Lösung: $L = \{(5 -2)\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $15y - 4x = -50 \Rightarrow 15 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 = -50$</p> $\Leftrightarrow -30 - 20 = -50 \quad (w)$ <p>(II) $x = y + 7 \Rightarrow 5 = -2 + 7 \quad (w)$</p> </div> </div>

A1 Ausführliche Lösung mit dem Gleichsetzverfahren	
d)	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(I) $3x = y + 15 \quad -15$</p> <p>(II) $2y - 10 = 2x \quad +10$</p> <hr/> <p>(I) $3x - 15 = y$</p> <p>(II) $2y = 2x + 10 \quad : 2$</p> <hr/> <p>(I) $y = 3x - 15$</p> <p>(II) $y = x + 5$</p> <p>Rechte Seiten gleichsetzen</p> $3x - 15 = x + 5 \quad -x$ $\Leftrightarrow 2x - 15 = 5 \quad +15$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \quad : 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}}$ </div> <div style="width: 45%;"> <p>$x = 10$ eingesetzt in (II) $y = x + 5$</p> $y = 10 + 5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 15}}$ <p>Lösung: $L = \{(10 15)\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $3x = y + 15 \Rightarrow 3 \cdot 10 = 15 + 15$</p> $\Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w)$ <p>(II) $2y - 10 = 2x \Rightarrow 2 \cdot 15 - 10 = 2 \cdot 10$</p> $\Leftrightarrow 30 - 10 = 20 \quad (w)$ </div> </div>

A2 Aufgabe	
Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungssysteme	
a)	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(I) $2y = 2x - 40$</p> <p>(II) $3x = 10 - 2y$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>b)</p> <p>(I) $\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3$</p> <p>(II) $\frac{x}{4} + y = 8$</p> </div> </div>
c)	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$</p> <p>(II) $\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>d)</p> <p>(I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$</p> <p>(II) $\frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}$</p> </div> </div>

A2	Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
a)	$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2y = 2x - 40 \quad -2x \\ \text{(II)} \quad 3x = 10 - 2y \quad +2y \\ \hline \text{(I)} \quad 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad 2y + 3x = 10 \quad \cdot (-1) \\ \hline \text{(I)} \quad 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad -2y - 3x = -10 \\ \hline \quad -5x = -50 \quad : (-5) \\ \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 10}} \end{array}$	$\begin{array}{l} x = 10 \text{ eingesetzt in (I)} \\ 2y = 2 \cdot 10 - 40 \\ \Leftrightarrow 2y = 20 - 40 \\ \Leftrightarrow 2y = -20 \quad : 2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = -10}} \\ \text{Lösung: } L = \{(10 -10)\} \\ \text{Probe:} \\ \text{(I)} \quad 2y = 2x - 40 \Rightarrow 2 \cdot (-10) = 2 \cdot 10 - 40 \\ \Leftrightarrow -20 = 20 - 40 \Leftrightarrow -20 = -20 \quad (\text{w}) \\ \text{(II)} \quad 3x = 10 - 2y \Rightarrow 3 \cdot 10 = 10 - 2 \cdot (-10) \\ \Leftrightarrow 30 = 10 + 20 \Leftrightarrow 30 = 30 \quad (\text{w}) \end{array}$

A2	Ausführliche Lösung mit dem Gleichsetzverfahren	
b)	$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \quad + \frac{3y}{5} \\ \text{(II)} \quad \frac{x}{4} + y = 8 \quad -y \\ \hline \text{(I)} \quad \frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3 \\ \text{(II)} \quad \frac{x}{4} = 8 - y \quad \cdot 2 \\ \hline \text{(I)} \quad \frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3 \\ \text{(II)} \quad \frac{x}{2} = 16 - 2y \end{array}$ <p>Rechte Seiten gleichsetzen</p> $\begin{array}{l} \frac{3y}{5} + 3 = 16 - 2y \quad +2y \\ \Leftrightarrow \frac{3y}{5} + 2y + 3 = 16 \quad -3 \\ \Leftrightarrow \frac{3y}{5} + \frac{10y}{5} = 13 \quad \cdot 5 \\ \Leftrightarrow 3y + 10y = 65 \\ \Leftrightarrow 13y = 65 \quad : 13 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 5}} \end{array}$	$\begin{array}{l} y = 5 \text{ eingesetzt in (II)} \quad \frac{x}{2} = 16 - 2y \\ \frac{x}{2} = 16 - 10 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 \quad \cdot 2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 12}} \\ \text{Lösung: } L = \{(12 5)\} \\ \text{Probe:} \\ \text{(I)} \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \Rightarrow \frac{12}{2} - \frac{3 \cdot 5}{5} = 3 \\ \Leftrightarrow 6 - 3 = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (\text{w}) \\ \text{(II)} \quad \frac{x}{4} + y = 8 \Rightarrow \frac{12}{4} + 5 = 8 \\ \Leftrightarrow 3 + 5 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (\text{w}) \end{array}$

A2 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>c)</p> <p>(I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$ HN=60</p> <p>(II) $\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$ HN=400</p> <hr/> <p>(I) $\frac{8x}{60} + \frac{35y}{60} = 3 \mid \cdot 60$</p> <p>(II) $\frac{112x}{400} - \frac{125y}{400} = \frac{3}{20} \mid \cdot 400$</p> <p>(I) $8x + 35y = 180 \mid \cdot 14$</p> <p>(II) $112x - 125y = 60 \mid \cdot (-1)$</p> <hr/> <p>(I) $112x + 490y = 2520$</p> <p>(II) $-112x + 125y = -60$ } +</p> <hr/> <p>$615y = 2460 \mid : 615$</p> <p>$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 4}}$</p>	<p>$y = 4$ eingesetzt in (I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$</p> <p>$\frac{2x}{15} + \frac{28}{12} = 3 \mid -\frac{28}{12}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{36}{12} - \frac{28}{12}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{8}{12} \mid \cdot \frac{15}{2}$</p> <p>$\Leftrightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{12 \cdot 2} \Leftrightarrow x = 5$</p> <p>Lösung: $L = \{(5 4)\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 5}{15} + \frac{7 \cdot 4}{12} = 3$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{9}{3} = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)$</p> <p>(II) $\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{7 \cdot 5}{25} - \frac{5 \cdot 4}{16} = \frac{3}{20}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{7}{5} - \frac{5}{4} = \frac{3}{20} \Leftrightarrow \frac{28}{20} - \frac{25}{20} = \frac{3}{20}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \quad (w)$</p>

A2 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>d)</p> <p>(I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \mid \cdot 3 \cdot (y-7)$</p> <p>(II) $\frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \mid \cdot 8 \cdot (y-5)$</p> <hr/> <p>(I) $3(x+5) = 4(y-7)$</p> <p>(II) $8(x+2) = 5(y-5)$</p> <hr/> <p>(I) $3x + 15 = 4y - 28 \mid -4y - 15$</p> <p>(II) $8x + 16 = 5y - 25 \mid -5y - 16$</p> <hr/> <p>(I) $3x - 4y = -43 \mid \cdot 8$</p> <p>(II) $8x - 5y = -41 \mid \cdot (-3)$</p> <hr/> <p>(I) $24x - 32y = -344$</p> <p>(II) $-24x + 15y = 123$ } +</p> <hr/> <p>$-17y = -121 \mid : (-17)$</p> <p>$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 13}}$</p>	<p>$y = 13$ eingesetzt in (I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$</p> <p>$\frac{x+5}{6} = \frac{4}{3} \mid \cdot 6$</p> <p>$\Leftrightarrow x+5 = 8 \mid -5$</p> <p>$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$</p> <p>Lösung: $L = \{(3 13)\} \quad y \notin \{5; 7\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3+5}{13-7} = \frac{4}{3}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad (w)$</p> <p>(II) $\frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3+2}{13-5} = \frac{5}{8}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \quad (w)$</p>

A3 Aufgabe	
Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungssysteme	
a)	(I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$
b)	(I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$
c)	(I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6}$
d)	(I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$

A3 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
a)	$y = 8 \text{ eingesetzt in (I) } \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{11}$ $\Leftrightarrow 4 \cdot 11 = 2(3x+1)$ $\Leftrightarrow 44 = 6x+2 \quad -2$ $\Leftrightarrow 42 = 6x \quad :6$ $\Leftrightarrow 7 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x=7}}$ <p>Lösung:</p> $L = \{(7 8)\} \quad x \notin \left\{-\frac{1}{3}; 2\right\} \quad y \notin \left\{\frac{6}{7}; \frac{13}{3}\right\}$ <p>Probe:</p> $(I) \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \Rightarrow \frac{4}{3 \cdot 7 + 1} = \frac{2}{3 \cdot 8 - 13}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{22} = \frac{2}{11} \Leftrightarrow \frac{2}{11} = \frac{2}{11} \quad (w)$ $(II) \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \Rightarrow \frac{2}{5 \cdot 7 - 10} = \frac{4}{7 \cdot 8 - 6}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{4}{50} \Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{2}{25} \quad (w)$

A3	Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
b)	$(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad -\frac{9}{x} - \frac{5}{2}$ <hr/> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) -\frac{9}{x} + \frac{4}{y} = -\frac{5}{2} \quad \cdot 3$ <hr/> $(I) \left. \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \right\} +$ $(II) \left. -\frac{27}{x} + \frac{12}{y} = -\frac{15}{2} \right\}$ <hr/> $\frac{7}{x} - \frac{27}{x} = \frac{5}{6} - \frac{15}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{20}{x} = -\frac{40}{6}$ $\Leftrightarrow -\frac{x}{20} = -\frac{6}{40} \quad \cdot (-20)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$	$y = 3 \text{ eingesetzt in (II)} \quad \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$ $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = 3 \quad -\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{y} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{4} = 2 \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ <p>Lösung: $L = \{(3 8)\}$ $x, y \neq 0$</p> <p>Probe:</p> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{12}{8} = \frac{5}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{56}{24} - \frac{36}{24} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \text{ (w)}$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \Rightarrow \frac{4}{8} + \frac{5}{2} = \frac{9}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{6}{2} = 3 \text{ (w)}$

A3 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>c)</p> $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad \cdot 2$ <hr/> $\left. \begin{array}{l} (I) \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \\ (II) \quad \frac{4}{x} - \frac{8}{y} = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} +$ <hr/> $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{3}{4} \quad \cdot 8$ $\Leftrightarrow x = \frac{3 \cdot 8}{4}$ $\Leftrightarrow x = \frac{24}{4}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}}$	<p>$x = 6$ eingesetzt in (I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$</p> $\frac{4}{6} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \quad -\frac{4}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{8}{y} = \frac{3}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{8} = 1 \quad \cdot 8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ <p>Lösung: $L = \{(6 8)\}$ $x, y \neq 0$</p> <p>Probe:</p> $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{4}{6} + \frac{8}{8} = \frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad (w)$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{6} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} \quad (w)$

A3 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>d)</p> $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad \cdot 2$ <hr/> $\left. \begin{array}{l} (I) \quad \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \\ (II) \quad \frac{10}{2x-1} + \frac{8}{3y+2} = \frac{16}{15} \end{array} \right\} +$ <hr/> $\frac{13}{2x-1} = \frac{13}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{13} = \frac{15}{13} \quad \cdot 13$ $\Leftrightarrow 2x-1 = 15 \quad +1$ $\Leftrightarrow 2x = 16 \quad : 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$	<p>$x = 8$ eingesetzt in (II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$</p> $\frac{5}{15} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad -\frac{5}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3y+2} = \frac{3}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{3y+2}{4} = \frac{15}{3} \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow 3y+2 = 20 \quad -2$ $\Leftrightarrow 3y = 18 \quad : 3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 6}}$ <p>Lösung: $L = \{(8 6)\}$ $x \neq \frac{1}{2}; y \neq -\frac{2}{3}$</p> <p>Probe:</p> $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{15} - \frac{8}{20} = -\frac{1}{5} \quad (w)$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{5}{15} + \frac{4}{20} = \frac{8}{15} \quad (w)$

A4	Aufgabe
	Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems
	(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3}$

A4	Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
	<p>(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad \cdot 5$</p> <p>(II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \quad \cdot 3$</p> <hr/> <p>(I) $\frac{35}{2x-5} - \frac{45}{7y+5} = \frac{50}{3}$</p> <p>(II) $\frac{72}{2x-5} + \frac{45}{7y+5} = \frac{57}{3}$</p> <hr/> <p>$\frac{107}{2x-5} = \frac{107}{3}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{2x-5}{107} = \frac{3}{107} \quad \cdot 107$</p> <p>$\Leftrightarrow 2x-5 = 3 \quad +5$</p> <p>$\Leftrightarrow 2x = 8 \quad :2$</p> <p>$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4}}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{9}{-9} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{3} + \frac{3}{3} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \text{ (w)}$</p> <p>(II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow \frac{24}{3} + \frac{15}{-9} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{24}{3} - \frac{5}{3} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{19}{3} = \frac{19}{3} \text{ (w)}$</p>	<p>$x = 4$ eingesetzt in (I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$</p> <p>$\frac{7}{3} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad -\frac{7}{3}$</p> <p>$\Leftrightarrow -\frac{9}{7y+5} = \frac{3}{3}$</p> <p>$\Leftrightarrow -\frac{7y+5}{9} = \frac{3}{3} \quad \cdot (-9)$</p> <p>$\Leftrightarrow 7y+5 = -9 \quad -5$</p> <p>$\Leftrightarrow 7y = -14 \quad :7$</p> <p>$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -2}}$</p> <p>Lösung: $L = \{(4 -2)\}$ $x \neq \frac{5}{2}; y \neq -\frac{5}{7}$</p>

A5	Aufgabe
	Ein Vater ist im Augenblick viermal so alt wie sein Sohn und wird in 5 Jahren nur noch dreimal so alt sein. Wie alt sind beide zum jetzigen Zeitpunkt?

A5	Ausführliche Lösung			
	<p>Variablen: Vater x Sohn y</p> <p>Ein Vater ist im Augenblick viermal so alt wie sein Sohn $x = 4y$</p> <p>Vater ist in 5 Jahren nur noch dreimal so alt wie sein Sohn $x + 5 = 3(y + 5)$</p> <p>Gleichungssystem:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>(I) $x = 4y$</p> <p>(II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> <p>Lösung mit dem Einsetzverfahren</p> <p>$x = 4y$ einsetzen in (II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> $4y + 5 = 3(y + 5)$ $\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15 \quad -3y - 5$ $\Leftrightarrow \underline{y = 10}$ <p>$y = 10$ einsetzen in (I) $x = 4y$</p> $\underline{x = 40}$ <p>Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.</p> </td> <td style="width: 5%; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; vertical-align: top;"> <p>Lösung: $L = \{(40 10)\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $x = 4y$</p> $\Rightarrow 40 = 4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 40 = 40 \text{ (w)}$ <p>(II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> $\Rightarrow 40 + 5 = 3(10 + 5)$ $\Leftrightarrow 45 = 3 \cdot 15$ $\Leftrightarrow 45 = 45 \text{ (w)}$ </td> <td style="width: 45%;"></td> </tr> </table>	<p>(I) $x = 4y$</p> <p>(II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> <p>Lösung mit dem Einsetzverfahren</p> <p>$x = 4y$ einsetzen in (II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> $4y + 5 = 3(y + 5)$ $\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15 \quad -3y - 5$ $\Leftrightarrow \underline{y = 10}$ <p>$y = 10$ einsetzen in (I) $x = 4y$</p> $\underline{x = 40}$ <p>Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.</p>	<p>Lösung: $L = \{(40 10)\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $x = 4y$</p> $\Rightarrow 40 = 4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 40 = 40 \text{ (w)}$ <p>(II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> $\Rightarrow 40 + 5 = 3(10 + 5)$ $\Leftrightarrow 45 = 3 \cdot 15$ $\Leftrightarrow 45 = 45 \text{ (w)}$	
<p>(I) $x = 4y$</p> <p>(II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> <p>Lösung mit dem Einsetzverfahren</p> <p>$x = 4y$ einsetzen in (II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> $4y + 5 = 3(y + 5)$ $\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15 \quad -3y - 5$ $\Leftrightarrow \underline{y = 10}$ <p>$y = 10$ einsetzen in (I) $x = 4y$</p> $\underline{x = 40}$ <p>Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.</p>	<p>Lösung: $L = \{(40 10)\}$</p> <p>Probe:</p> <p>(I) $x = 4y$</p> $\Rightarrow 40 = 4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 40 = 40 \text{ (w)}$ <p>(II) $x + 5 = 3(y + 5)$</p> $\Rightarrow 40 + 5 = 3(10 + 5)$ $\Leftrightarrow 45 = 3 \cdot 15$ $\Leftrightarrow 45 = 45 \text{ (w)}$			

A6	Aufgabe
	In welcher Zeit wird ein Behälter von zwei Leitungen halb gefüllt, wenn die erste Leitung zur Füllung des gesamten Behälters 18 min und die zweite dazu 22 Minuten benötigt?

A6	Ausführliche Lösung Ansatz: Die erste Leitung füllt den Behälter in einer Minute $1/18$. Die zweite Leitung füllt den Behälter in einer Minute $1/22$. Gesucht ist die Zeit in Minuten, also die Variable x . $\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{22}\right)x = \frac{1}{2} \quad \cdot 2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)x = 1$ $\Leftrightarrow \left(\frac{11}{99} + \frac{9}{99}\right)x = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{99}x = 1 \quad \cdot \frac{99}{20}$ $\Leftrightarrow x = \frac{99}{20} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$ $\frac{99}{20} \text{ Minuten sind } 4 \frac{19}{20} \text{ Minuten oder } 4 \text{ Minuten } 57 \text{ Sekunden}$ Der Behälter wird in 4 Minuten und 57 Sekunden halb gefüllt. Die Aufgabe ließ sich mit einer einfachen Gleichung lösen.
-----------	---

A7	Aufgabe Der Umfang eines Rechtecks beträgt 180 cm. Wie lang ist die Seite a , wenn die Seite b 30 cm lang ist?
-----------	--

A7	Ausführliche Lösung Umfang des Rechtecks $2a + 2b = 180$ Seite b ist 30 cm lang $b=30$ Gleichungssystem (I) $2a + 2b = 180$ (II) $b = 30$ Lösung mit dem Einsetzverfahren $b = 30$ eingesetzt in (I) $2a + 2b = 180$ $2a + 2 \cdot 30 = 180$ $\Leftrightarrow 2a + 60 = 180 \quad -60$ $\Leftrightarrow 2a = 120 \quad : 2$ $\Leftrightarrow \underline{a = 60} \Rightarrow L = \{(60 30)\}$ Probe: $2a + 2b = 180 \Rightarrow 2 \cdot 60 + 3 \cdot 30 = 180 \Leftrightarrow 120 + 60 = 180$ (w) Die Seite a ist 60 cm lang.
-----------	--

A8	Aufgabe
	Die Quersumme einer zwei zifferigen Zahl ist 9. Stellt man die Ziffern um, so ist die neue Zahl $\frac{7}{4}$ mal so groß wie die alte. Wie heißen die beiden Ziffern?

A8	Ausführliche Lösung		
	<p>Die Zahl besteht aus den Ziffern x und y und hat den Wert $10x + y$ Die Quersumme der Zahl ist $x + y = 9$ Stellt man die Ziffern um, so erhält man die neue Zahl mit dem Wert $10y + x$ Die neue Zahl ist $\frac{7}{4}$ mal so groß wie die alte $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ Das Gleichungssystem lautet :</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>(I) $x + y = 9 \quad -y$</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>(I) $x = 9 - y$</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$</p> <p>Lösung nach dem Einsetzverfahren $x = 9 - y$ einsetzen in (II)</p> $10y + 9 - y = \frac{7}{4}(90 - 10y + y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{7}{4}(90 - 9y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{630}{4} - \frac{63}{4}y \quad + \frac{63}{4}y - 9$ $\Leftrightarrow \frac{36}{4}y + \frac{63}{4}y = \frac{630}{4} - \frac{36}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{99}{4}y = \frac{594}{4} \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow 99y = 594 \quad : 99$ $\Leftrightarrow \underline{y = 6}$ </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top; border-left: 1px solid black;"> <p>$y = 6$ einsetzen in (I) $x + y = 9$</p> $x + 6 = 9 \quad -6$ $\Leftrightarrow \underline{x = 3}$ <p>Lösung: $L = \{(3 6)\}$</p> <p>Probe :</p> <p>(I) $x + y = 9$ $\Rightarrow 3 + 6 = 9$ $\Leftrightarrow 9 = 9$ (w)</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ $\Rightarrow 60 + 3 = \frac{7}{4} \cdot 36$ $\Leftrightarrow 63 = 7 \cdot 9$ $\Leftrightarrow 63 = 63$</p> </td> </tr> </table> <p>Die Ziffern der Zahl heißen 3 und 6. Die Zahl lautet 36.</p>	<p>(I) $x + y = 9 \quad -y$</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>(I) $x = 9 - y$</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$</p> <p>Lösung nach dem Einsetzverfahren $x = 9 - y$ einsetzen in (II)</p> $10y + 9 - y = \frac{7}{4}(90 - 10y + y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{7}{4}(90 - 9y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{630}{4} - \frac{63}{4}y \quad + \frac{63}{4}y - 9$ $\Leftrightarrow \frac{36}{4}y + \frac{63}{4}y = \frac{630}{4} - \frac{36}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{99}{4}y = \frac{594}{4} \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow 99y = 594 \quad : 99$ $\Leftrightarrow \underline{y = 6}$	<p>$y = 6$ einsetzen in (I) $x + y = 9$</p> $x + 6 = 9 \quad -6$ $\Leftrightarrow \underline{x = 3}$ <p>Lösung: $L = \{(3 6)\}$</p> <p>Probe :</p> <p>(I) $x + y = 9$ $\Rightarrow 3 + 6 = 9$ $\Leftrightarrow 9 = 9$ (w)</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ $\Rightarrow 60 + 3 = \frac{7}{4} \cdot 36$ $\Leftrightarrow 63 = 7 \cdot 9$ $\Leftrightarrow 63 = 63$</p>
<p>(I) $x + y = 9 \quad -y$</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>(I) $x = 9 - y$</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$</p> <p>Lösung nach dem Einsetzverfahren $x = 9 - y$ einsetzen in (II)</p> $10y + 9 - y = \frac{7}{4}(90 - 10y + y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{7}{4}(90 - 9y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{630}{4} - \frac{63}{4}y \quad + \frac{63}{4}y - 9$ $\Leftrightarrow \frac{36}{4}y + \frac{63}{4}y = \frac{630}{4} - \frac{36}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{99}{4}y = \frac{594}{4} \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow 99y = 594 \quad : 99$ $\Leftrightarrow \underline{y = 6}$	<p>$y = 6$ einsetzen in (I) $x + y = 9$</p> $x + 6 = 9 \quad -6$ $\Leftrightarrow \underline{x = 3}$ <p>Lösung: $L = \{(3 6)\}$</p> <p>Probe :</p> <p>(I) $x + y = 9$ $\Rightarrow 3 + 6 = 9$ $\Leftrightarrow 9 = 9$ (w)</p> <p>(II) $10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ $\Rightarrow 60 + 3 = \frac{7}{4} \cdot 36$ $\Leftrightarrow 63 = 7 \cdot 9$ $\Leftrightarrow 63 = 63$</p>		