Lösungen Exponentialgleichungen III (mit gebrochenem Exponenten)

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse:	
	a)	$3^{2x+1} = 243 \Rightarrow \underline{\underline{x = 2}}$
	b)	$5^{2x+3} = 15625 \Rightarrow \underline{\underline{x = 1,5}}$
	c)	$2^{4x+3} = 128 \Rightarrow \underline{\underline{x = 1}}$
	d)	$4^{3x-2} = 16384 \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$
	e)	$6^{5x-2} = 1296 \Rightarrow \underline{\underline{x = 1,2}}$
	f)	$4 \cdot 3,2^{2x-3} = 131,072 \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$

E2	Ergebnisse:	
	a)	$5 \cdot 1,8^{4x-3} = 29,16 \Rightarrow \underline{\underline{x = 1,5}}$
	b)	$8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450 \Rightarrow \underline{\underline{x = 2}}$
	c)	$2,5 \cdot 40^{-x} = 342 \Rightarrow \underline{\underline{x \approx -1,333371..}}$
	d)	$3,8 \cdot 5^{5-x} = 475 \Rightarrow \underline{\underline{x = 2}}$
	e)	$2,4 \cdot 50^{3-x} = 0,048 \Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$
	f)	$5,6 \cdot 20^{2-x} = 0,0007 \Rightarrow \underline{\underline{x = 5}}$

E3	Ergebnisse:	
	a)	$8 \cdot 9^{4-3x} = \frac{8}{9} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{5}{3}}}$
	b)	$3^{2x-1} = 9^{2x-3} \Rightarrow \underline{\underline{x = 2,5}}$
	c)	$2^{3x+1,6} = 4^{2x-0,1} \Rightarrow \underline{\underline{x = 1,8}}$
	d)	$16^{2x+1} = 4^{2x+3} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$
	e)	$3,5^{x-1} = 12,25^{x-2} \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$
	f)	$2 \cdot 4^{x+1} = 1,6 \cdot 20^{2x-1} \Rightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

E4	Ergebnisse:	
	a)	$\left(38416\right)^{\frac{1}{x}} = 14 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}\,;\, x = 4$
	b)	$\left(1764\right)^{\frac{1}{x}} = 42 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}\,;\, x = 2$
	c)	$\left(83521\right)^{\frac{1}{x-2}} = 17 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}\,;\, x = 6$
	d)	$\left(29791\right)^{\frac{1}{x-1}} = 31 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}\,;\, x = 4$
	e)	$\left(117649\right)^{\frac{1}{x-4}} = 49 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{4\}\,;\, x = 7$
	f)	$\left(27\right)^{\frac{1}{2x+1}} = 3^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}\,;\, x_1 = 1\,;\, x_2 = -\frac{3}{2}$

E5	Ergebnisse:	
	a)	$\left(64\right)^{\frac{1}{x-1}} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}\,;\, x_1 = 3\,;\, x_2 = -2$
	b)	$\left(243\right)^{\frac{1}{x+2}} = 3^{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}\,;\, x_1 = 1 + \sqrt{14} \approx 4{,}742\,;\, x_2 = 1 - \sqrt{14} \approx -2{,}742$
	c)	$\left(125\right)^{\frac{1}{x+1}} = 2{,}5 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,;\, x_1 = 2\,;\, x_2 \approx -3{,}32196...$
	d)	$\left(512\right)^{\frac{1}{2x-3}} = 2 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}\,;\, x_1 = 3\,;\, x_2 = -\frac{3}{2}$
	e)	$\left(343\right)^{\frac{1}{5x-7}} = \left(49\right)^{\frac{1}{3x-4}} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{5}; \frac{4}{3}\right\}\,;\, x = 2$
	f)	$\left(578\right)^{\frac{1}{2x-1}} = 8{,}33 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}\,;\, x \approx 1{,}999996...$

E6	Ergebnisse:	
	a)	$\left(24{,}6\right)^{\frac{1}{3x-2}} = 2{,}227 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}\,;\, x \approx 2{,}00005...$
	b)	$\left(42{,}875\right)^{\frac{1}{2x+1}} = 3{,}5 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}\,;\, x = 1$
	c)	$\left(81\right)^{\frac{1}{x+1}} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,;\, x_1 \approx 2{,}067...\,;\, x_2 \approx -3{,}067...$

E7	Ergebnisse:	
	a)	$4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1} \Rightarrow x = 3$
	b)	$2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4} \Rightarrow x = 1$
	c)	$2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1} \Rightarrow x \approx 3{,}819...$
	d)	$16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0 \Rightarrow x_1 = 4\,;\, x_2 = 2{,}5$

(c) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

E8	Ergebnisse:	
	a)	$5^{2x-4}-8\cdot 5^{x-2}+15=0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1=3\,;\,x_2\approx 2{,}683...}}$
	b)	$90\cdot 3^{3x-2}-9^{3x-2}-729=0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1=2\,;\,x_2=\frac{4}{3}}}$
	c)	$2^{5x+2}+3^{2x+2}=2^{5x+1}+3^{2x+4} \Rightarrow \underline{\underline{x\approx 2{,}825...}}$
	d)	$36^{4x-3}-8\cdot 6^{4x-3}+12=0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1=1;\,x_2\approx 0{,}847...}}$

Wie gehe ich vor?

Wenn es gelingt, die Terme auf beiden Seiten der Exponentialgleichung so umzuformen, dass sich Potenzen mit gleichen Basen ergeben, dann ist eine Lösung mittels Exponentialvergleich möglich.

In vielen Fällen führt der Ansatz über das Logarithmieren zum Erfolg.

Exponentialgleichungen, in denen Summen oder Differenzen vorkommen, können nicht logarithmiert werden. Man kann versuchen, sie mittels Substitution (Einsetzung einer Ersatzvariablen) zu lösen.

Beispiel für die Lösung einer Exponentialgleichung durch logarithmieren

$$3\cdot 2^{x+3}=64\cdot 3^{x-2} \quad |\lg(\ )$$
$$\Leftrightarrow \lg\left(3\cdot 2^{x+3}\right)=\lg\left(64\cdot 3^{x-2}\right)$$
$$\Leftrightarrow \lg(3)+(x+3)\cdot\lg(2)=\lg(64)+(x-2)\cdot\lg(3)$$
$$\Leftrightarrow (x+3)\cdot\lg(2)-(x-2)\cdot\lg(3)=\lg(64)-\lg(3)$$
$$\Leftrightarrow x\cdot\lg(2)+3\lg(2)-x\cdot\lg(3)+2\lg(3)=\lg(64)-\lg(3)$$
$$\Leftrightarrow x\cdot\lg(2)-x\cdot\lg(3)=\lg(64)-\lg(3)-3\lg(2)-2\lg(3)$$
$$\Leftrightarrow x\left(\lg(2)-\lg(3)\right)=\lg(64)-3\lg(3)-3\lg(2)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{\lg(64)-3\lg(3)-3\lg(2)}{\left(\lg(2)-\lg(3)\right)}=\frac{\lg\left(\frac{64}{3^3\cdot 2^3}\right)}{\lg\left(\frac{2}{3}\right)}=3$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

Ausführliche Lösungen

A1	**Aufgabe**					
	Berechnen Sie:					
	a)	$3^{2x+1} = 243$	b)	$5^{2x+3} = 15625$	c)	$2^{4x+3} = 128$
	d)	$4^{3x-2} = 16384$	e)	$6^{5x-2} = 1296$	f)	$4 \cdot 3{,}2^{2x-3} = 131{,}072$

A1	Ausführliche Lösungen			
	a)	$3^{2x+1} = 243$ $\Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^5$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 2x + 1 = 5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2x = 4 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$ Da 243 eine Potenz der Zahl 3 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.	b)	$5^{2x+3} = 15625$ $\Leftrightarrow 5^{2x+3} = 5^6$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 2x + 3 = 6 \mid -3$ $\Leftrightarrow 2x = 3 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{3}{2}}}$ Da 15625 eine Potenz der Zahl 5 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.

A1	Ausführliche Lösungen			
	c)	$2^{4x+3} = 128$ $\Leftrightarrow 2^{4x+3} = 2^7$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 4x + 3 = 7 \mid -3$ $\Leftrightarrow 4x = 4 \mid :4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$ Da 128 eine Potenz der Zahl 2 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.	d)	$4^{3x-2} = 16384$ $\Leftrightarrow 4^{3x-2} = 4^7$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 3x - 2 = 7 \mid +2$ $\Leftrightarrow 3x = 9 \mid :3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ Da 16384 eine Potenz der Zahl 4 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokument ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A1	Ausführliche Lösungen			
	e)	$6^{5x-2} = 1296$ $\Leftrightarrow 6^{5x-2} = 6^4$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 5x - 2 = 4 \mid +2$ $\Leftrightarrow 5x = 6 \mid :5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{6}{5} = 1,2}}$ Da 1296 eine Potenz der Zahl 6 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.	f)	$4 \cdot 3,2^{2x-3} = 131,072$ $\Leftrightarrow 4 \cdot 3,2^{2x-3} = 4 \cdot 3,2^3 \mid :4$ $\Leftrightarrow 3,2^{2x-3} = 3,2^3$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 2x - 3 = 3 \mid +3$ $\Leftrightarrow 2x = 6 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ Da 131,072 das 4-fache einer Potenz der Zahl 3,2 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.

A2	**Aufgabe**					
	Berechnen Sie:					
	a)	$5 \cdot 1,8^{4x-3} = 29,16$	b)	$8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450$	c)	$2,5 \cdot 40^{-x} = 342$
	d)	$3,8 \cdot 5^{5-x} = 475$	e)	$2,4 \cdot 50^{3-x} = 0,048$	f)	$5,6 \cdot 20^{2-x} = 0,0007$

A2	Ausführliche Lösungen			
	a)	$5 \cdot 1,8^{4x-3} = 29,16$ $\Leftrightarrow 5 \cdot 1,8^{4x-3} = 5 \cdot 1,8^3 \mid :5$ $\Leftrightarrow 1,8^{4x-3} = 1,8^3$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 4x - 3 = 3 \mid +3$ $\Leftrightarrow 4x = 6 \mid :4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}}}$ Da 29,16 das 5-fache einer Potenz der Zahl 1,8 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.	b)	$8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450$ $\Leftrightarrow 8 \cdot 7,5^{5x-8} = 8 \cdot 7,5^2 \mid :8$ $\Leftrightarrow 7,5^{5x-8} = 7,5^2$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 5x - 8 = 2 \mid +8$ $\Leftrightarrow 5x = 10 \mid :5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$ Da 450 das 8-fache einer Potenz der Zahl 7,5 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokument ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A2	Ausführliche Lösung
	c) $2{,}5\cdot 40^{-x}=342\,|:2{,}5$ $\Leftrightarrow 40^{-x}=\frac{342}{2{,}5}\,|\ln(\ )$ $\Leftrightarrow -x\cdot\ln(40)=\ln\left(\frac{342}{2{,}5}\right)|:\ln(40)$ $\Leftrightarrow -x=\frac{\ln\left(\frac{342}{2{,}5}\right)}{\ln(40)}\,|\cdot(-1)$ $\Leftrightarrow x=-\frac{\ln\left(\frac{342}{2{,}5}\right)}{\ln(40)}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=-1{,}333371..}}$

A2	Ausführliche Lösungen	
	d) $3{,}8\cdot 5^{5-x}=475$ $\Leftrightarrow 3{,}8\cdot 5^{5-x}=3{,}8\cdot 5^{3}\,|:3{,}8$ $\Leftrightarrow 5^{5-x}=5^{3}$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 5-x=3\,|-5$ $\Leftrightarrow -x=-2\,|:(-1)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$ Da 475 das 3,8-fache einer Potenz der Zahl 5 ist, lässt sich die Exponentialgleichung durch Exponentenvergleich lösen.	e) $2{,}4\cdot 50^{3-x}=0{,}048\,|:2{,}4$ $\Leftrightarrow 50^{3-x}=0{,}02=\frac{1}{50}=50^{-1}$ Exponentenvergleich $\Rightarrow 3-x=-1\,|-3$ $\Leftrightarrow -x=-4\,|:(-1)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=4}}$ Da 0,02 eine Potenz der Zahl 50 ist, lässt sich die Exponentialgleichung auf einfache Weise durch Exponentenvergleich lösen.

A2	Ausführliche Lösung
	f) $5{,}6\cdot 20^{2-x}=0{,}0007\,|:0{,}0007$ $\Leftrightarrow 8000\cdot 20^{2-x}=1$ $\Leftrightarrow 20^{3}\cdot 20^{2-x}=1$ $\Leftrightarrow 20^{5-x}=1\,|\ln(\ )$ $\Leftrightarrow (5-x)\ln(20)=\underbrace{\ln(1)}_{=0}$ $\Leftrightarrow (5-x)\ln(20)=0\,|:\ln(20)$ $\Leftrightarrow 5-x=0\,|+x$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$

(c) Rudolf Brinkmann Original Word_Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A3	**Aufgabe**					
	Berechnen Sie:					
	a)	$8\cdot 9^{4-3x}=\frac{8}{9}$	b)	$3^{2x-1}=9^{2x-3}$	c)	$2^{3x+1,6}=4^{2x-0,1}$
	d)	$16^{2x+1}=4^{2x+3}$	e)	$3,5^{x-1}=12,25^{x-2}$	f)	$2\cdot 4^{x+1}=1,6\cdot 20^{2x-1}$

A3 Ausführliche Lösung

a)

$$8\cdot 9^{4-3x}=\frac{8}{9}\,|\cdot 9$$
$$\Leftrightarrow 8\cdot 9\cdot 9^{4-3x}=8\,|:8$$
$$\Leftrightarrow 9\cdot 9^{4-3x}=1$$
$$\Leftrightarrow 9^{5-3x}=1\,|\ln(\ )$$
$$\Leftrightarrow \ln\left(9^{5-3x}\right)=\underbrace{\ln(1)}_{=0}$$
$$\Leftrightarrow (5-3x)\ln(9)=0\,|:\ln(9)$$
$$\Leftrightarrow 5-3x=0\,|+3x$$
$$\Leftrightarrow 5=3x\,|:3\Leftrightarrow x=\frac{5}{3}$$

A3 Ausführliche Lösungen

b)

$$3^{2x-1}=9^{2x-3}$$
$$\Leftrightarrow 3^{2x-1}=\left(3^2\right)^{2x-3}$$
$$\Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^{2(2x-3)}$$
$$\Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^{4x-6}$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow 2x-1=4x-6\,|-2x$$
$$\Leftrightarrow -1=2x-6\,|+6$$
$$\Leftrightarrow 5=2x\,|:2$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}=2,5$$

c)

$$2^{3x+1,6}=4^{2x-0,1}$$
$$\Leftrightarrow 2^{3x+1,6}=\left(2^2\right)^{2x-0,1}$$
$$\Leftrightarrow 2^{3x+1,6}=2^{2(2x-0,1)}$$
$$\Leftrightarrow 2^{3x+1,6}=2^{4x-0,2}$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow 3x+1,6=4x-0,2\,|-3x$$
$$\Leftrightarrow 1,6=x-0,2\,|+0,2$$
$$\Leftrightarrow 1,8=x$$
$$\Leftrightarrow x=1,8$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A3 Ausführliche Lösungen

d)

$$16^{2x+1} = 4^{2x+3}$$
$$\Leftrightarrow \left(4^2\right)^{2x+1} = 4^{2x+3}$$
$$\Leftrightarrow 4^{2(2x+1)} = 4^{2x+3}$$
$$\Leftrightarrow 4^{4x+2} = 4^{2x+3}$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow 4x + 2 = 2x + 3 \mid -2x$$
$$\Leftrightarrow 2x + 2 = 3 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 2x = 1 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

e)

$$3{,}5^{x-1} = 12{,}25^{x-2}$$
$$\Leftrightarrow 3{,}5^{x-1} = \left(3{,}5^2\right)^{x-2}$$
$$\Leftrightarrow 3{,}5^{x-1} = 3{,}5^{2(x-2)}$$
$$\Leftrightarrow 3{,}5^{x-1} = 3{,}5^{2x-4}$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow x - 1 = 2x - 4 \mid -x$$
$$\Leftrightarrow -1 = x - 4 \mid +4$$
$$\Leftrightarrow 3 = x$$
$$\Leftrightarrow x = 3$$

A3 Ausführliche Lösung

f)

$$2 \cdot 4^{x+1} = 1{,}6 \cdot 20^{2x-1}$$
$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(2^2\right)^{x+1} = 1{,}6 \cdot \left(2^2 \cdot 5\right)^{2x-1}$$
$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x+2} = 1{,}6 \cdot 2^{4x-2} \cdot 5^{2x-1} \cdot \frac{5}{5}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+3} = 8 \cdot 2^{4x-2} \cdot 5^{2x-2}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+3} = 2^3 \cdot 2^{4x-2} \cdot 5^{2x-2}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+3} = 2^{4x+1} \cdot 5^{2x-2} \mid : 2^{4x+1}$$
$$\Leftrightarrow \frac{2^{2x+3}}{2^{4x+1}} = 5^{2x-2} \Leftrightarrow 2^{2x+3-(4x+1)} = 5^{2x-2}$$
$$\Leftrightarrow 2^{-2x+2} = 5^{2x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{2^{2x-2}} = 5^{2x-2} \mid \cdot 2^{2x-2}$$
$$\Leftrightarrow 1 = (5 \cdot 2)^{2x-2} \Leftrightarrow 10^{2x-2} = 1 \mid \lg(\ )$$
$$\Leftrightarrow (2x-2) \cdot \underbrace{\lg(10)}_{=1} = \underbrace{\lg(1)}_{=0} \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow 2x = 2 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A4	**Aufgabe**					
	Berechnen Sie:					
	a)	$(38416)^{\frac{1}{x}} = 14$	b)	$(1764)^{\frac{1}{x}} = 42$	c)	$(83521)^{\frac{1}{x-2}} = 17$
	d)	$(29791)^{\frac{1}{x-1}} = 31$	e)	$(117649)^{\frac{1}{x-4}} = 49$	f)	$(27)^{\frac{1}{2x+1}} = 3^x$

A4	Ausführliche Lösungen			
	a)	$(38416)^{\frac{1}{x}} = 14 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\Leftrightarrow \left(14^4\right)^{\frac{1}{x}} = 14$ $\Leftrightarrow (14)^{\frac{4}{x}} = 14^1$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{4}{x} = 1 \mid \cdot x$ $\Leftrightarrow 4 = x$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4}}$	b)	$(1764)^{\frac{1}{x}} = 42 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\Leftrightarrow \left(42^2\right)^{\frac{1}{x}} = 42$ $\Leftrightarrow (42)^{\frac{2}{x}} = 42^1$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{2}{x} = 1 \mid \cdot x$ $\Leftrightarrow 2 = x$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

A4	Ausführliche Lösungen			
	c)	$(83521)^{\frac{1}{x-2}} = 17 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $\Leftrightarrow \left(17^4\right)^{\frac{1}{x-2}} = 17$ $\Leftrightarrow (17)^{\frac{4}{x-2}} = 17^1$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{4}{x-2} = 1 \mid \cdot (x-2)$ $\Leftrightarrow 4 = x - 2 \mid +2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}}$	d)	$(29791)^{\frac{1}{x-1}} = 31 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $\Leftrightarrow \left(31^3\right)^{\frac{1}{x-1}} = 31$ $\Leftrightarrow (31)^{\frac{3}{x-1}} = 31^1$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{3}{x-1} = 1 \mid \cdot (x-1)$ $\Leftrightarrow 3 = x - 1 \mid +1$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4}}$

A4	Ausführliche Lösung		
	e)	$(117649)^{\frac{1}{x-4}} = 49 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$ $\Leftrightarrow \left(49^3\right)^{\frac{1}{x-4}} = 49$ $\Leftrightarrow (49)^{\frac{3}{x-4}} = 49^1$	Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{3}{x-4} = 1 \mid \cdot (x-4)$ $\Leftrightarrow 3 = x - 4 \mid +4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokument ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A4 Ausführliche Lösung

f)

$$\left(27\right)^{\frac{1}{2x+1}}=3^x \qquad D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$\Leftrightarrow\left(3^3\right)^{\frac{1}{2x+1}}=3^x$$

$$\Leftrightarrow\left(3\right)^{\frac{3}{2x+1}}=3^x$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow\frac{3}{2x+1}=x\,|\cdot(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow 3=x\left(2x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow 3=2x^2+x\,|-3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+x-3=0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+x-3=0\,|:2$$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$$

Lösung der quadratischen Gleichung

$$x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$$

$$p=\frac{1}{2};\,q=-\frac{3}{2}$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{16}+\frac{3}{2}=\frac{1}{16}+\frac{24}{16}=\frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=\frac{4}{4}=1 \\ x_2=-\frac{1}{4}-\frac{5}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1=1;\,x_2=-\frac{3}{2}}}$$

A5 **Aufgabe**

Berechnen Sie:

a)	$\left(64\right)^{\frac{1}{x-1}}=2^x$	b)	$\left(243\right)^{\frac{1}{x+2}}=3^{x-4}$	c)	$\left(125\right)^{\frac{1}{x+1}}=2{,}5\cdot 2^{x-1}$
d)	$\left(512\right)^{\frac{1}{2x-3}}=2\cdot 2^{x-1}$	e)	$\left(343\right)^{\frac{1}{5x-7}}=\left(49\right)^{\frac{1}{3x-4}}$	f)	$\left(578\right)^{\frac{1}{2x-1}}=8{,}33$

A5 Ausführliche Lösung

a)

$$\left(64\right)^{\frac{1}{x-1}}=2^x \qquad D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$$

$$\Leftrightarrow\left(2^6\right)^{\frac{1}{x-1}}=2^x$$

$$\Leftrightarrow\left(2\right)^{\frac{6}{x-1}}=2^x$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow\frac{6}{x-1}=x\,|\cdot(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 6=x\left(x-1\right)$$

$$\Leftrightarrow 6=x^2-x\,|-6$$

$$\Leftrightarrow 0=x^2-x-6$$

$$\Leftrightarrow x^2-x-6=0$$

Lösung der quadratischen Gleichung

$$x^2-x-6=0$$

$$p=-1;\,q=-6$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+6=\frac{1}{4}+\frac{24}{4}=\frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=\frac{6}{2}=3 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}=-\frac{4}{2}=-2\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1=3;\,x_2=-2}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokument ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5	Ausführliche Lösung		
	b)	$(243)^{\frac{1}{x+2}} = 3^{x-4} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $\Leftrightarrow \left(3^5\right)^{\frac{1}{x+2}} = 3^{x-4}$ $\Leftrightarrow (3)^{\frac{5}{x+2}} = 3^{x-4}$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{5}{x+2} = x-4 \mid \cdot (x+2)$ $\Leftrightarrow 5 = (x-4)(x+2)$ $\Leftrightarrow 5 = x^2 + 2x - 4x - 8 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0 = x^2 - 2x - 13$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 13 = 0$	Lösung der quadratischen Gleichung $x^2 - 2x - 13 = 0$ $p = -2\,;\, q = -13$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 13 = 14$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{14}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Big\vert\; x_1 = 1 + \sqrt{14} \approx 4{,}742... \;;\; x_2 = 1 - \sqrt{14} \approx -2{,}742...$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 1 + \sqrt{14} \approx 4{,}742...}}$ $\underline{\underline{x_2 = 1 - \sqrt{14} \approx -2{,}742...}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A5	Ausführliche Lösung

c)

$$(125)^{\frac{1}{x+1}} = 2{,}5 \cdot 2^{x-1} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\Leftrightarrow (125)^{\frac{1}{x+1}} = 2{,}5 \cdot 2^{x-1} \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1}\ln(125) = \ln(2{,}5) + (x-1)\ln(2) \mid \cdot (x+1)$$

$$\Leftrightarrow \ln(125) = (x+1)\ln(2{,}5) + \left(x^2-1\right)\ln(2) \mid -\ln(125)$$

$$\Leftrightarrow 0 = x \cdot \ln(2{,}5) + \ln(2{,}5) + x^2 \cdot \ln(2) - \ln(2) - \ln(125)$$

$$\Leftrightarrow \ln(2) \cdot x^2 + \ln(2{,}5) \cdot x + \ln(2{,}5) - \ln(2) - \ln(125) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln(2) \cdot x^2 + \ln(2{,}5) \cdot x + \ln\left(\frac{2{,}5}{2 \cdot 125}\right) = 0 \mid : \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{\ln(2{,}5)}{\ln(2)}x + \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(2)} = 0 \text{ quadratische Gleichung}$$

Lösung der quadratischen Gleichung

$$p = \frac{\ln(2{,}5)}{\ln(2)};\ q = \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(2)}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{\ln(2{,}5)}{2 \cdot \ln(2)}\right)^2 - \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\left(\frac{\ln(2{,}5)}{2 \cdot \ln(2)}\right)^2 - \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(2)}}$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\dfrac{\ln(2{,}5)}{2 \cdot \ln(2)} + \sqrt{\left(\dfrac{\ln(2{,}5)}{2 \cdot \ln(2)}\right)^2 - \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(2)}} = 2 \\ x_2 = -\dfrac{\ln(2{,}5)}{2 \cdot \ln(2)} - \sqrt{\left(\dfrac{\ln(2{,}5)}{2 \cdot \ln(2)}\right)^2 - \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(2)}} \approx -3{,}32196... \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2;\ x_2 \approx -3{,}32196...}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5	Ausführliche Lösung	
	d) $(512)^{\frac{1}{2x-3}} = 2\cdot 2^{x-1}$ $D = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$ $\Leftrightarrow \left(2^9\right)^{\frac{1}{2x-3}} = 2\cdot 2^{x-1}$ $\Leftrightarrow (2)^{\frac{9}{2x-3}} = 2^x$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{9}{2x-3} = x \mid \cdot(2x-3)$ $\Leftrightarrow 9 = 2x^2 - 3x \mid -9$ $\Leftrightarrow 0 = 2x^2 - 3x - 9 \mid : 2$ $\Leftrightarrow 0 = x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$ $\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} = 0$	Lösung der quadratischen Gleichung $x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} = 0$ $p = -\frac{3}{2};\ q = -\frac{9}{2}$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = \frac{9}{16} + \frac{72}{16} = \frac{81}{16}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\quad x_1 = \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{12}{4} = 3$; $x_2 = \frac{3}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 3}};\ \underline{\underline{x_2 = -\frac{3}{2}}}$

A5	Ausführliche Lösung	
	e) $(343)^{\frac{1}{5x-7}} = (49)^{\frac{1}{3x-4}}$ $D = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{7}{5};\frac{4}{3}\right\}$ $\Leftrightarrow \left(7^3\right)^{\frac{1}{5x-7}} = \left(7^2\right)^{\frac{1}{3x-4}}$ $\Leftrightarrow (7)^{\frac{3}{5x-7}} = (7)^{\frac{2}{3x-4}}$ Exponentenvergleich $\Rightarrow \frac{3}{5x-7} = \frac{2}{3x-4} \mid \cdot(5x-7)$	$\Leftrightarrow 3 = \frac{2(5x-7)}{3x-4} \mid \cdot(3x-4)$ $\Leftrightarrow 3(3x-4) = 2(5x-7)$ $\Leftrightarrow 9x - 12 = 10x - 14 \mid -10x$ $\Leftrightarrow -x - 12 = -14 \mid +12$ $\Leftrightarrow -x = -2 \mid \cdot(-1)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5	Ausführliche Lösung	
	f)	$(578)^{\frac{1}{2x-1}} = 8{,}33 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ $\Leftrightarrow (578)^{\frac{1}{2x-1}} = 8{,}33^1 \mid \ln(\ )$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2x-1}\ln(578) = \ln(8{,}33) \mid \cdot(2x-1)$ $\Leftrightarrow \ln(578) = 2x\cdot\ln(8{,}33) - \ln(8{,}33) \mid +\ln(8{,}33)$ $\Leftrightarrow \ln(578) + \ln(8{,}33) = 2x\cdot\ln(8{,}33) \mid : 2\cdot\ln(8{,}33)$ $\Leftrightarrow \frac{\ln(578)+\ln(8{,}33)}{2\cdot\ln(8{,}33)} = x$ $\Leftrightarrow x = \frac{\ln(578\cdot 8{,}33)}{2\cdot\ln(8{,}33)} \approx 1{,}999996...$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x \approx 1{,}999996...}}$

A6	**Aufgabe**					
	Berechnen Sie:					
	a)	$(24{,}6)^{\frac{1}{3x-2}} = 2{,}227$	b)	$(42{,}875)^{\frac{1}{2x+1}} = 3{,}5$	c)	$(81)^{\frac{1}{x+1}} = 2^x$

A6	Ausführliche Lösung	
	a)	$(24{,}6)^{\frac{1}{3x-2}} = 2{,}227 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$ $\Leftrightarrow (24{,}6)^{\frac{1}{3x-2}} = 2{,}227^1 \mid \ln(\ )$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3x-2}\ln(24{,}6) = \ln(2{,}227) \mid \cdot(3x-2)$ $\Leftrightarrow \ln(24{,}6) = 3x\cdot\ln(2{,}227) - 2\cdot\ln(2{,}227) \mid +2\cdot\ln(2{,}227)$ $\Leftrightarrow \ln(24{,}6) + 2\cdot\ln(2{,}227) = 3x\cdot\ln(2{,}227) \mid : 3\cdot\ln(2{,}227)$ $\Leftrightarrow \frac{\ln(24{,}6)+2\cdot\ln(2{,}227)}{3\cdot\ln(2{,}227)} = x$ $\Leftrightarrow x = \frac{\ln(24{,}6\cdot 2{,}227^2)}{\ln(2{,}227^3)} \approx 2{,}00005...$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x \approx 2{,}00005...}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A6 Ausführliche Lösung

b)

$$\left(42{,}875\right)^{\frac{1}{2x+1}} = 3{,}5 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left(3{,}5^3\right)^{\frac{1}{2x+1}} = 3{,}5^1$$

Exponentenvergleich

$$\Rightarrow \frac{3}{2x+1} = 1 \mid \cdot (2x+1)$$

$$\Leftrightarrow 3 = 2x+1 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow 2 = 2x \mid :2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

A6 Ausführliche Lösung

c)

$$(81)^{\frac{1}{x+1}} = 2^x \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\Leftrightarrow (81)^{\frac{1}{x+1}} = 2^x \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1}\ln(81) = x \cdot \ln(2) \mid \cdot (x+1)$$

$$\Leftrightarrow \ln(81) = x(x+1)\ln(2)$$

$$\Leftrightarrow \ln(81) = x^2 \cdot \ln(2) + x \cdot \ln(2) \mid -\ln(81)$$

$$\Leftrightarrow x^2 \cdot \ln(2) + x \cdot \ln(2) - \ln(81) = 0 \mid : \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - \frac{\ln(81)}{\ln(2)} = 0 \text{ quadratische Gleichung}$$

Lösung der quadratischen Gleichung

$$p = 1;\ q = -\frac{\ln(81)}{\ln(2)}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\ln(81)}{\ln(2)} = \frac{1}{4} + \frac{\ln(81)}{\ln(2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\ln(81)}{\ln(2)}}$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\ln(81)}{\ln(2)}} = 2{,}067... \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\ln(81)}{\ln(2)}} \approx -3{,}067... \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2{,}067...;\ x_2 \approx -3{,}067...}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A7	**Aufgabe**			
	Berechnen Sie:			
	a)	$4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1}$	b)	$2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4}$
	c)	$2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1}$	d)	$16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$

A7 Ausführliche Lösungen

a)

$$4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1}$$
$$\Leftrightarrow 2^2 \cdot 5^{2x-3} = 5^1 \cdot (2 \cdot 5)^{x-1}$$
$$\Leftrightarrow 2^2 \cdot 5^{2x-3} = 5^1 \cdot 2^{x-1} \cdot 5^{x-1}$$
$$\Leftrightarrow 2^2 \cdot 5^{2x-3} = 2^{x-1} \cdot 5^x \;|: 5^x$$
$$\Leftrightarrow 2^2 \cdot 5^{x-3} = 2^{x-1} \;|: 2^2$$
$$\Leftrightarrow 5^{x-3} = 2^{x-3} \;|: 2^{x-3}$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{x-3} = 1 \;|\ln(\;)$$
$$\Leftrightarrow (x-3)\underbrace{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}_{\neq 0} = \underbrace{\ln(1)}_{=0} \;|: \ln\left(\frac{5}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow x-3 = 0 \;|+3$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

b)

$$2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+2} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4} \;|\, 2^2 \text{ ausklammern}$$
$$\Leftrightarrow \cancel{2^2}\left(2^{2x} - 2^{x+1}\right) = \cancel{2^2}\left(2^{2x+3} - 2^{2x+2}\right) \;|\, 2^x \text{ auskl.}$$
$$\Leftrightarrow 2^x\left(2^x - 2^1\right) = 2^x\left(2^3 - 2^{x+2}\right) \;|: 2^x$$
$$\Leftrightarrow 2^x - 2 = 2^3 - 2^{x+2} \;|+2$$
$$\Leftrightarrow 2^x = 8 + 2 - 2^{x+2} \;|+2^{x+2}$$
$$\Leftrightarrow 2^x + 2^{x+2} = 10$$
$$\Leftrightarrow 2^x + 2^x \cdot 4 = 10$$
$$\Leftrightarrow 2^x(1+4) = 10 \;|: 5$$
$$\Leftrightarrow 2^x = 2^1$$

Exponentenvergleich

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

A7 Ausführliche Lösung

c)

$$2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2x+2} + 3^{x+1} \;|-2^{2x+2} - 3^{x+2}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+1} - 2^{2x+2} = 3^{x+1} - 3^{x+2}$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x+1} - 2 \cdot 2^{2x+1} = 3^{x+1} - 3 \cdot 3^{x+1}$$
$$\Leftrightarrow -2^{2x+1} = -2 \cdot 3^{x+1}$$
$$\Leftrightarrow -2 \cdot 2^{2x} = -2 \cdot 3^{x+1} \;|: (-2)$$
$$\Leftrightarrow 2^{2x} = 3^{x+1} \;|\ln(\;)$$
$$\Leftrightarrow 2x \cdot \ln(2) = (x+1)\ln(3)$$
$$\Leftrightarrow 2 \cdot \ln(2) \cdot x = \ln(3) \cdot x + \ln(3) \;|-\ln(3) \cdot x$$
$$\Leftrightarrow 2 \cdot \ln(2) \cdot x - \ln(3) \cdot x = \ln(3)$$
$$\Leftrightarrow x\left(2 \cdot \ln(2) - \ln(3)\right) = \ln(3) \;|: \left(2 \cdot \ln(2) - \ln(3)\right)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(3)}{2 \cdot \ln(2) - \ln(3)} = \frac{\ln(3)}{\ln(4) - \ln(3)} = \frac{\ln(3)}{\ln\left(\frac{4}{3}\right)} \approx 3{,}819...$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{x \approx 3{,}819...}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word Dokument ohne Copyright Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A7 Ausführliche Lösung

d)

$$16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4 \cdot 4)^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(4^2\right)^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(4^{x-2}\right)^2 - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$$

Substitution: $4^{x-2} = u \Leftrightarrow \left(4^{x-2}\right)^2 = u^2$

$$\Leftrightarrow u^2 - 18u + 32 = 0$$

quadratische Gleichung

$$\Rightarrow p = -18\,;\, q = 32$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{18}{2}\right)^2 - 32$$

$$= 81 - 32 = 49$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{49} = 7$$

$$\Rightarrow u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Bigg| \begin{array}{l} u_1 = 9 + 7 = 16 \\ u_2 = 9 - 7 = 2 \end{array}$$

$$u_1 = 16 \Leftrightarrow 4^{x-2} = 16 = 4^2$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 2 \,|\, +2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 4}}$$

$$u_2 = 2 \Leftrightarrow 4^{x-2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \left(2^2\right)^{x-2} = 2^1$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x-4} = 2^1$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4 = 1 \,|\, +4$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 \,|\, :2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = 2{,}5}}$$

A8 **Aufgabe**

Berechnen Sie:

a)	$5^{2x-4} - 8 \cdot 5^{x-2} + 15 = 0$	b)	$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$
c)	$2^{5x+2} + 3^{2x+2} = 2^{5x+1} + 3^{2x+4}$	d)	$36^{4x-3} - 8 \cdot 6^{4x-3} + 12 = 0$

A8 Ausführliche Lösung

a)

$$5^{2x-4} - 8 \cdot 5^{x-2} + 15 = 0$$

Substitution: $5^{x-2} = u \Leftrightarrow \left(5^{x-2}\right)^2 = u^2$

$$\Leftrightarrow u^2 - 8u + 15 = 0$$

quadratische Gleichung

$$\Rightarrow p = -8\,;\, q = 15$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 15$$

$$= 16 - 15 = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Bigg| \begin{array}{l} u_1 = 4 + 1 = 5 \\ u_2 = 4 - 1 = 3 \end{array}$$

$$u_1 = 5 \Leftrightarrow 5^{x-2} = 5^1$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 1 \,|\, +2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 3}}$$

$$u_2 = 3 \Leftrightarrow 5^{x-2} = 3 \,|\, \ln(\;)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\ln(5) = \ln(3) \,|\, :\ln(5)$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = \frac{\ln(3)}{\ln(5)} \,|\, +2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(3)}{\ln(5)} + 2 \approx 2{,}683...$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = 2{,}683...}}$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A8 Ausführliche Lösung

b)

$$90\cdot 3^{3x-2}-9^{3x-2}-729=0$$

$$\Leftrightarrow -9^{3x-2}+90\cdot 3^{3x-2}-729=0\,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(3^2\right)^{3x-2}-90\cdot 3^{3x-2}+729=0$$

$$\Leftrightarrow \left(3^{3x-2}\right)^2-90\cdot 3^{3x-2}+729=0$$

Substitution: $3^{x-2}=u \Leftrightarrow \left(3^{x-2}\right)^2=u^2$

$$\Leftrightarrow u^2-90u+729=0$$

quadratische Gleichung

$$\Rightarrow p=-90\,;\,q=729$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{90}{2}\right)^2-729$$

$$=2025-729=1296$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{1296}=36$$

$$\Rightarrow u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left|\;\begin{array}{l}u_1=45+36=81\\ u_2=45-36=9\end{array}\right.$$

$u_1=81 \Leftrightarrow 3^{3x-2}=81=3^4$ Exponentenvergleich

$$\Leftrightarrow 3x-2=4\,|+2 \Leftrightarrow 3x=6\,|:3$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=2}}$$

$u_2=9 \Leftrightarrow 3^{3x-2}=9=3^2$ Exponentenvergleich

$$\Leftrightarrow 3x-2=2\,|+2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_2=\frac{4}{3}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A8	Ausführliche Lösung	
	c)	$2^{5x+1}+3^{2x+2}=2^{5x+1}+3^{2x+4}$ nach den Basen anordnen $\Leftrightarrow 2^{5x+2}-2^{5x+1}=3^{2x+4}-3^{2x+2}$ $\Leftrightarrow 2^2\cdot 2^{5x}-2^1\cdot 2^{5x}=3^4\cdot 3^{2x}-3^2\cdot 3^{2x}$ $\Leftrightarrow 2^{5x}\left(2^2-2^1\right)=3^{2x}\left(3^4-3^2\right)$ $\Leftrightarrow 2^{5x}\cdot 2=3^{2x}\cdot 72 \mid :2$ $\Leftrightarrow 2^{5x}=36\cdot 3^{2x} \mid \ln(\ )$ $\Leftrightarrow 5x\cdot\ln(2)=\ln(36)+2x\cdot\ln(3) \mid -2x\cdot\ln(3)$ $\Leftrightarrow 5x\cdot\ln(2)-2x\cdot\ln(3)=\ln(36)$ $\Leftrightarrow x\left(5\cdot\ln(2)-2\cdot\ln(3)\right)=\ln(36) \mid :\left(5\cdot\ln(2)-2\cdot\ln(3)\right)$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{\ln(36)}{5\cdot\ln(2)-2\cdot\ln(3)}=\dfrac{\ln(3)}{\ln\left(2^5\right)-\ln\left(3^2\right)}=\dfrac{\ln(3)}{\ln\left(\dfrac{2^5}{3^2}\right)}=\dfrac{\ln(3)}{\ln\left(\dfrac{32}{9}\right)}\approx 2{,}825...$ $\Rightarrow \underline{\underline{x\approx 2{,}825...}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter
http://www.brinkmann-du.de

A8	Ausführliche Lösung
	d) $36^{4x-3} - 8\cdot 6^{4x-3} + 12 = 0$ $\Leftrightarrow \left(6^2\right)^{4x-3} - 8\cdot 6^{4x-3} + 12 = 0$ $\Leftrightarrow \left(6^{4x-3}\right)^2 - 8\cdot 6^{4x-3} + 12 = 0$ Substitution: $6^{4x-3} = u \Leftrightarrow \left(6^{4x-3}\right)^2 = u^2$ $\Leftrightarrow u^2 - 8u + 12 = 0$ quadratische Gleichung $\Rightarrow p = -8\,;\, q = 12$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 12 = 16 - 12 = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$ $\Rightarrow u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\vert \begin{array}{l} u_1 = 4 + 2 = 6 \\ u_2 = 4 - 2 = 2 \end{array} \right.$ $u_1 = 6 \Leftrightarrow 6^{4x-3} = 6^1$ Exponentenvergleich $\Leftrightarrow 4x - 3 = 1 \mid +3 \Leftrightarrow 4x = 4 \mid :4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 1}}$ $u_2 = 2 \Leftrightarrow 6^{4x-3} = 2 \mid \ln(\ )$ $\Leftrightarrow (4x-3)\ln(6) = \ln(2) \mid :\ln(6)$ $\Leftrightarrow 4x - 3 = \frac{\ln(2)}{\ln(6)} \mid +3$ $\Leftrightarrow 4x = \frac{\ln(2)}{\ln(6)} + 3 \mid :4 \Leftrightarrow x = \frac{\ln(2)}{4\cdot\ln(6)} + \frac{3}{4} \approx 0{,}847...$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 \approx 0{,}847...}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de